गणित (MATHEMATICS)

MODEL PAPER – 1

समय : 3 घंटे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

परीक्षार्थी के लिए निर्देश :

1. परीक्षार्थी उत्तर पत्रक पर अपना, प्रश्न पुस्तिका क्रमांक (10 अंकों का) अवश्य लिखें।
2. परीक्षार्थी यथासंभव अपने शब्दों में ही उत्तर दें।
3. दाहिनी ओर हाशिए पर दिये हुए अंक पूर्णांक निर्दिष्ट करते हैं।
4. प्रश्नों को ध्यानपूर्वक पढ़ने के लिए परीक्षार्थियों को 15 मिनट का अतिरिक्त समय दिया गया है।
5. यह प्रश्न पुस्तिका दो खण्डों में है – खण्ड-अ एवं खण्ड-ब ।
6. खण्ड-अ में 100 वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं, जिनमें से किन्हीं 50 प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है। 50 प्रश्नों से अधिक का उत्तर देने पर प्रथम 50 का ही मूल्यांकन होगा। प्रत्येक के लिए 1 अंक निर्धारित है। इनका उत्तर देने के लिए उपलब्ध कराए गये OMR उत्तर पत्रक में दिए गए सही विकल्प को नीले/काले बॉल पेन से प्रगाढ़ करें। किसी भी प्रकार के ह्वाइटनर / तरल पदार्थ / ब्लेड / नाखून आदि का OMR उत्तर पत्रक में प्रयोग करना मना है, अन्यथा परिणाम अमान्य होगा।
7. खण्ड-ब में 30 लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक के लिए 2 अंक निर्धारित है, जिनमें से किन्हीं 15 प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है। इनके अतिरिक्त इस खण्ड में 8 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक के लिए 5 अंक निर्धारित है, जिनमें से किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है।
8. किसी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरण का प्रयोग पूर्णतया वर्जित है।

खण्ड – अ : वस्तुनिष्ठ प्रश्न

निर्देश : प्रश्न-संख्या 1 से 100 में से केवल 50 वस्तुनिष्ठ प्रश्नों का चयन करें। चुने गए प्रश्न के सही विकल्प को चिह्नित कर OMR Answer-Sheet में रंजित करें। $50 \times 1 = 50$

1. $\frac{d}{dx}(x^5 + \cos 2x) =$

(A) $5x^4 + \sin 2x$ (B) $5x^4 + \cos 2x$
(C) $5x^4 - 2\sin 2x$ (D) $x^5 + 2\sin 2x$

2. $\int \sqrt{\cos x}.\sin x\, dx =$

(A) $\frac{2}{3}(\cos x)^{3/2} + c$ (B) $-\frac{2}{3}(\cos x)^{3/2} + c$
(C) $(\cos x)^{3/2} + c$ (D) $-(\cos x)^{3/2} + c$

3. $\int \sec^5 x \tan x\, dx =$

(A) $5\tan^5 x + c$ (B) $\frac{1}{5}\sec^5 x + c$
(C) $5\log|\cos x| + c$ (D) $\tan^5 x + c$

4. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ का हल है :

(A) $y = \log|x| + c$ (B) $y = cx$
(C) $y = x\log|x| + cx$ (D) $y = \log|x| + cx$

5. यदि $3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ और $\vec{i} + \lambda\vec{j} - 3\vec{k}$ परस्पर लम्ब हों तो $\lambda =$

(A) –3 (B) –6
(C) –9 (D) –1

6. सदिश $4\vec{i} - 4\vec{j} + 7\vec{k}$ पर सदिश $\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ का प्रक्षेप है :

(A) 9 (B) 19/9 (C) 9/19 (D) 19

7. यदि रेखा $\frac{x-3}{a} = \frac{y-4}{b} = \frac{z-5}{c}$, रेखा $\frac{x}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}$ के समांतर हो तो :

(A) $5a + 3b + 2c = 0$ (B) $\frac{a}{5} = \frac{b}{3} = \frac{c}{2}$
(C) $5a = 3b = 2c$ (D) इनमें से कोई नहीं

8. 52 पत्तों की ताश की एक गड्डी से एक बादशाह निकालने की प्रायिकता है :

(A) $\frac{1}{13}$ (B) $\frac{4}{13}$ (C) $\frac{1}{52}$ (D) $\frac{1}{4}$

9. $\sin(\cot^{-1} x) =$

(A) $\sqrt{1+x^2}$ (B) x
(C) $(1+x^2)^{-3/2}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

10. $\begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix} [1 \quad 6 \quad -4] =$

(A) $\begin{bmatrix} -3 & -18 & 12 \\ 5 & 30 & -20 \\ 2 & 12 & -8 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -3 & -18 & 12 \\ 2 & 12 & -8 \\ 5 & 30 & -20 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 5 & 30 & -20 \\ -3 & -18 & 12 \\ 2 & 12 & -8 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 3 & 18 & 12 \\ 5 & 30 & 20 \\ 2 & 12 & 8 \end{bmatrix}$

11. यदि $A = \{a, b\}, B = \{1, 2, 3\}$ तो A से B में एकैक फलनों की कुल संख्या है :
(A) 6 (B) 8
(C) 9 (D) इनमें से कोई नहीं

12. $\frac{d}{dx}(e^{-3x}) =$
(A) $\frac{e^{-3x}}{3}$ (B) $\frac{e^{-3x}}{-3}$ (C) $3e^{-3x}$ (D) $-3e^{-3x}$

13. अवकल समीकरण $dx + dy = 0$ का हल है :
(A) $x = ky$ (B) $x^2 + y^2 = k$
(C) $x + y = k$ (D) $xy = k$

14. $|\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}| =$
(A) 3 (B) 6 (C) 7 (D) 5

15. $3\vec{k} . (13\vec{i} - 7\vec{k}) =$
(A) 39 (B) 0 (C) –21 (D) 18

16. यदि दो समांतर रेखाओं के दिक् अनुपात x, 5, 3 तथा 20, 10, 6 है तो x का मान है :
(A) 10 (B) 5 (C) 3 (D) 40

17. $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{2}\right) =$
(A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 0

18. आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ का सहखंडन आव्यूह है :
(A) $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

19. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ तो A^{25} का मान है :
(A) $25A$ (B) $24A$
(C) $2A$ (D) A

20. $\frac{d}{dx}\left(2\cos\frac{3x}{4}\right) =$
(A) $-2\sin\frac{3x}{4}$ (B) $-\frac{3}{8}\sin\frac{3x}{4}$
(C) $\frac{-3}{4}\sin\frac{3x}{4}$ (D) $\frac{-3}{2}\sin\frac{3x}{4}$

21. $\int e^x(\cos x - \sin x)dx =$
(A) $e^x \sin x + k$ (B) $e^x \cos x + k$
(C) $-e^x \sin x + k$ (D) $k - e^x \cos x$

22. $\int e^x(x^3 + 3x^2)\,dx =$
(A) $3x^2e^x + k$ (B) $x^2e^x + k$
(C) $x^3e^x + k$ (D) $3e^x . x^3 + k$

23. तल $3x - 4y + 6z = 11$ की मूल बिन्दु से दूरी है :
(A) $\frac{3}{\sqrt{61}}$ (B) $\frac{11}{\sqrt{61}}$ (C) $\frac{6}{\sqrt{61}}$ (D) $\frac{6}{\sqrt{61}}$

24. व्यवरोधों $3x + 4y \le 24,\ x \ge 0, y \ge 0$ के अंतर्गत $Z = 7x + 8y$ का न्यूनतम मान है :
(A) 56 (B) 48 (C) 0 (D) –12

25. $\int \frac{dx}{1 + 36x^2} =$
(A) $6\tan^{-1} 6x + k$ (B) $3\tan^{-1} 5x + k$
(C) $\frac{1}{6}\tan^{-1} 6x + k$ (D) $\tan^{-1} 6x + k$

26. $\frac{d}{dx}(\sin°) =$
(A) $\cos x°$ (B) $\frac{\pi}{180}\cos\left(\frac{\pi x}{180}\right)$
(C) $\pi \cos x°$ (D) $\frac{1}{180}\cos\left(\frac{\pi x}{180}\right)$

27. $\frac{d}{dx}\left[(\tan\sqrt{5x})\right] =$
(A) $\sec^2\sqrt{5x}$ (B) $\sqrt{5}\sec^2\sqrt{5x}$
(C) $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{x}}\sec^2\sqrt{5x}$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{x}}\sec^2\sqrt{5x}$

28. $\frac{d}{dx}\left[\sqrt{\frac{\sec x - 1}{\sec x + 1}}\right] =$
(A) $\sec^2\frac{x}{2}$ (B) $\frac{1}{2}\sec^2\frac{x}{2}$
(C) $\tan\frac{x}{2}$ (D) $\frac{1}{2\sqrt{\sec^2 x + 1}}$

29. $\frac{d}{dx}\left[\tan^{-1}\left(\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x}\right)\right] =$
(A) $\frac{\pi}{4} + x$ (B) 1 (C) – 1 (D) $\tan\frac{x}{2}$

30. $\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{2}\sin^2 x\right] =$
(A) $\sin 2x$ (B) $\frac{1}{2}\sin 2x$ (C) $\frac{1}{2}\cos 2x$ (D) $\cos 2x$

31. $\int \frac{dx}{(x-2)^2} =$
(A) $K + \frac{1}{x-2}$ (B) $K - \frac{1}{x-2}$
(C) $K - \log|x - 2|$ (D) $K + (x - 2)$

32. $\int \text{cosec}\, x\, dx =$
(A) $\log|\text{cosec}\, x - \cot x| + K$
(B) $\log|\sin x + \cos x| + K$
(C) $\log|\cot x| + K$
(D) $\sin x + K$

33. $\int \sec x\,dx =$

(A) $K + \log|\sec x - \tan x|$ (B) $K + \log|\sec x + \tan x|$

(C) $K + \log|\tan x|$ (D) $\tan x + K$

34. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 4x dx =$

(A) 0 (B) 1

(C) -1 (D) $\frac{1}{2}$

35. $\int_0^5 (5x+4)dx =$

(A) $\frac{125}{2}$ (B) $\frac{165}{2}$ (C) $\frac{145}{2}$ (D) 50

36. $\int_1^4 x\sqrt{x}dx =$

(A) 12.8 (B) 12.4

(C) 7 (D) 13.6

37. $\int \frac{x-1}{x^2-1}dx =$

(A) $\frac{x^2}{2}+x+K$ (B) $\frac{x^2}{2}-x+K$

(C) $\log|x-1|+K$ (D) $\log|x+1|+K$

38. $\int_{\frac{-\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \tan\theta dx =$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

39. $12\int \sqrt{x}dx =$

(A) $12x^{1/2}+K$ (B) $8x^{3/2}+K$

(C) $6x^{3/2}+K$ (D) $2x^{3/2}+K$

40. $\int \frac{dx}{1+x^2} =$

(A) $\tan^{-1}\frac{x}{2}+K$ (B) $\tan^{-1}x+K$

(C) $2\tan^{-1}x+K$ (D) $\tan^{-1}2x+K$

41. $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx =$

(A) $K + \cot x$ (B) $K + \tan x$

(C) $K - \cot x$ (D) $K - \sin x$

42. $100\int dx =$

(A) $K + 100x$ (B) $K - 100x$ (C) $K + 100$ (D) $K - 100$

43. $\int 4^x dx =$

(A) $4^x + K$ (B) $x4x^{-1} + K$

(C) $4x\log 4 + K$ (D) $\frac{4^x}{2\log 2} + K$

44. $\int \frac{dx}{x^2-9} =$

(A) $\frac{1}{6}\log\left|\frac{x+3}{x-3}\right| + K$ (B) $\tan^{-1}(x^2-9)\,K$

(C) $\frac{1}{6}\log\left|\frac{x-3}{x+3}\right| + K$ (D) $\sin^{-1}\frac{x}{3} + K$

45. $\int \frac{dx}{x^2+16} =$

(A) $\frac{1}{4}\tan^{-1}\frac{x}{4}+K$ (B) $\frac{1}{4}\tan^{-1}x+K$

(C) $\tan^{-1}\frac{x}{4}+K$ (D) $\tan^{-1}\frac{x-4}{4}+K$

46. $7\vec{i}.4\vec{j} =$

(A) $49\vec{k}$ (B) 49 (C) 0 (D) 1

47. $9\vec{j}.3\vec{K} =$

(A) 27 (B) $27\vec{i}$ (C) 1 (D) 0

48. $4\vec{i}.(7\vec{i}-8\vec{j}+3\vec{k}) =$

(A) 4 (B) 28 (C) -32 (D) 12

49. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} =$

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{12}$

50. सदिश $\vec{i}-3\vec{j}+5\vec{k}$ की दिशा में इकाई सदिश है :

(A) $\frac{\vec{i}-3\vec{j}+5\vec{k}}{\sqrt{35}}$ (B) $\frac{\vec{i}-3\vec{j}+5\vec{k}}{\sqrt{28}}$

(C) $\frac{\vec{i}-3\vec{j}+5\vec{k}}{\sqrt{29}}$ (D) इनमें से कोई नहीं

51. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}+4y=0$ का हल है :

(A) $y = 4Ae^{-x}$ (B) $y = Ae^{-4x}$

(C) $y + x = 4$ (D) $y = xe^{-x} + 4$

52. समीकरण $\frac{dy}{dx}+4y=\cos x$ का समाकलन गुणक है :

(A) e^{4x} (B) e^{4y}

(C) $e^{\cos x}$ (D) इनमें से कोई नहीं

53. $11\vec{i}\times 9\vec{j} =$

(A) 99 (B) 0 (C) $-99\vec{k}$ (D) $99\vec{k}$

54. मूल बिंदु से तल $3x + 4y + 5z = 6$ की दूरी है :

(A) $\frac{6}{5\sqrt{2}}$ (B) $\frac{6}{7\sqrt{2}}$

(C) 11 (D) इनमें से कोई नहीं

55. तलों $2x + y + z = 11$ तथा $x - 2y + z = 5$ के बीच का कोण है :

(A) $\cos^{-1}\frac{1}{6}$ (B) $\cos^{-1}\frac{1}{3}$

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) इनमें से कोई नहीं

56. 1, 2, 3 दिक् अनुपात वाले रेखा की दिक् कोज्याएँ हैं :

(A) $\frac{1}{\sqrt{7}}, \frac{2}{\sqrt{7}}, \frac{3}{\sqrt{7}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{11}}, \frac{2}{\sqrt{11}}, \frac{3}{\sqrt{11}}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}$ (D) इनमें से कोई नहीं

57. $(\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}).(2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}) =$

(A) 0 (B) –3 (C) 1 (D) –1

58. $\int xe^{5x}dx =$

(A) $\frac{e^{5x}}{25}(5x-1)+K$ (B) $\frac{e^{5x}}{25}(5x+1)+K$

(C) $e^{5x}(5x+1)+K$ (D) $5xe^{5x}+K$

59. $(7\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}).(2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}) =$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 28

60. यदि किसी रेखा की दिक् कोज्याएँ $\frac{3}{\sqrt{61}}, \frac{4}{\sqrt{61}}, x$ है तो x का मान है :

(A) $\frac{5}{\sqrt{61}}$ (B) $\frac{6}{\sqrt{61}}$ (C) $\frac{7}{\sqrt{61}}$ (D) $\frac{8}{\sqrt{61}}$

61. $(2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}).(\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}) \times (3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}) =$

(A) –6 (B) –7 (C) 8 (D) 0

62. तल $z = 3$ के समांतर एक तल का समीकरण है :

(A) $x = 3$ (B) $y = 3$

(C) $z = 0$ (D) $y = -3$

63. तल $x + 5y + 11z = 7$ पर लम्ब एक तल का समीकरण है :

(A) $x + y + z = 3$ (B) $x + 5y + 11z = 1$

(C) $x + 2y - z = 3$ (D) इनमें से कोई नहीं

64. $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 8 \\ -7 & 13 & 19 \\ 14 & -26 & -38 \end{vmatrix} =$

(A) 143 (B) –298 (C) 0 (D) 1

65. $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 17 \\ 6 & 7 & 31 \\ 2 & 3 & 11 \end{vmatrix} =$

(A) 1025 (B) –1940 (C) 0 (D) 2160

66. $-2\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} =$

(A) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -6 & -10 \end{bmatrix}$

67. $4\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$

(A) $\begin{vmatrix} 8 & -2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} 8 & -8 \\ 4 & 0 \end{vmatrix}$

(C) $\begin{vmatrix} 8 & -2 \\ 4 & 10 \end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix} 8 & -8 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$

68. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 11 \\ 17 \end{bmatrix} =$

(A) $\begin{bmatrix} 11 & 0 \\ 17 & 1 \end{bmatrix}$ (B) [11 17] (C) $\begin{bmatrix} 11 \\ 17 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 19 \\ 25 \end{bmatrix}$

69. $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 3 & 15 & -21 \end{vmatrix} =$

(A) 12 (B) 84 (C) –12 (D) –84

70. यदि $x = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ तो x का adjoint =

(A) $\begin{bmatrix} -3 & 5 \\ -7 & 9 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 9 & -5 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -9 & 5 \\ 7 & -3 \end{bmatrix}$ (D) इनमें से कोई नहीं

71. यदि $x = a\cos^2\theta, y = \sin^2\theta$ तो $\frac{dy}{dx}$ बराबर है:

(A) 1 (B) –1 (C) $\tan^2\theta$ (D) $-\tan^2\theta$

72. यदि $x = at^4, y = 2at^2$ तो $\frac{dy}{dx}$ बराबर है :

(A) t^2 (B) $\frac{1}{t^2}$

(C) t (D) इनमें से कोई नहीं

73. $\frac{d}{dx}[\cot^{-1}(\tan x)] =$

(A) 1 (B) -1 (C) $\frac{\pi}{2} - x$ (D) $-\frac{\tan x}{1+x^2}$

74. निम्नलिखित में कौन उद्देशीय फलन है ?

(A) $x > 5$ (B) $z = 11x + 19y$

(C) $z \geq 0$ (D) इनमें से कोई नहीं

75. व्यवरोधों $x + y \leq 7, x \geq 0, y \geq 0$ के अंतर्गत $5x + 7y$ का अधिकतम मान है :

(A) 35 (B) 49

(C) 0 (D) इनमें से कोई नहीं

76. $x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow x^4 =$

(A) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

77. $\tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2} =$

(A) $2\tan^{-1}x$ (B) $2\sin^{-1}x$ (C) $2\cos^{-1}x$ (D) $2\cot^{-1}x$

78. $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ का मुख्य मान है :

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{6}$ (D) इनमें से कोई नहीं

79. समुच्चय {a, b} पर द्विआधारी संक्रियाओं की कुल संख्या है-

(A) 10 (B) 16

(C) 20 (D) इनमें से कोई नहीं

80. $\int_2^3 x^2 dx =$

(A) $\frac{16}{3}$ (B) $\frac{17}{3}$ (C) $\frac{19}{3}$ (D) $\frac{22}{3}$

81. यदि वर्ग आव्यूह A इस प्रकार हो कि $A^3 + 3A^2 - 7A + I = 0$ तो A^{-1} बराबर है :

(A) $A^2 + 3A + 7I$ (B) $A^2 + 3A - 7I$

(C) $-A^2 - 3A + 7I$ (D) इनमें से कोई नही

82. $\int_0^1 x(1-x)^{29} dx =$

(A) $\frac{7}{870}$ (B) $\frac{1}{930}$ (C) $\frac{43}{870}$ (D) $\frac{251}{870}$

83. यदि $x = \frac{3}{5}$ तो $\cos(2\tan^{-1}x + \cot^{-1}x)$ का मान है :

(A) $\frac{3}{5}$ (B) $-\frac{3}{5}$ (C) $-\frac{4}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

84. $\begin{bmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -3 \end{bmatrix} =$

(A) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

85. $\sin^{-1}\frac{4}{5} + \sin^{-1}\frac{11}{61} =$

(A) $\sin^{-1}\frac{273}{305}$ (B) $\sin^{-1}\frac{44}{305}$

(C) $\sin^{-1}\frac{197}{305}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

86. $\int_{-\pi}^{\pi} \log\sin x dx =$

(A) 0 (B) 1 (C) $-\pi\log 2$ (D) $\pi\log 2$

87. x-अक्ष के दिक कोज्याओं के वर्गों का योग है :

(A) 1 (B) 4

(C) 3 (D) इनमें से कोई नहीं

88. तल $4x - 5y + 6z = 8$ द्वारा x, y तथा z अक्षरों पर काटे गए अंत:खंड क्रमश: है :

(A) $2, -\frac{8}{5}, \frac{4}{3}$ (B) $2, \frac{8}{5}, \frac{4}{3}$

(C) $2, -\frac{5}{8}, \frac{3}{4}$ (D) $2, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}$

89. व्यवरोधों $2x + y \leq 4, x \geq 0, y \geq 0$ के अंतर्गत $Z = 3x - 2y$ का न्यूनतम मान है :

(A) 6 (B) -6 (C) -8 (D) -12

90. बिन्दु (1, 2, 5) से तल $x + y + z + 17 = 0$ की दूरी है :

(A) $\frac{25}{\sqrt{3}}$ (B) $25\sqrt{3}$ (C) 25 (D) $\sqrt{3}$

91. यदि तल $x + y + z = 2$ रेखा $\frac{x-2}{a} = \frac{y-3}{b} = \frac{z-4}{c}$ के समांतर हो तो—

(A) $a + b + c = 2$ (B) $a + b + c = 0$

(C) $2a + 3b + 4c = 0$ (D) इनमें से कोई नहीं

92. $\vec{i}.(\vec{j} \times \vec{k}) =$

(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 2

93. $\tan^{-1}\frac{6}{17} + \tan^{-1}\frac{11}{23} =$

(A) $\tan^{-1}\frac{324}{325}$ (B) $\tan^{-1}\frac{323}{325}$

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

94. $2\tan^{-1}\frac{1}{3} =$

(A) $\tan^{-1}\frac{1}{4}$ (B) $\tan^{-1}\frac{3}{4}$

(C) $\tan^{-1}\frac{1}{6}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

95. दो घटनाओं A और B के लिए P (A ∩ B) =

(A) P (A) + P (B) (B) P (A). $P\left(\frac{B}{A}\right)$

(C) P (A) . P (A/B) (D) इनमें से कोई नहीं

96. दो घटनाएँ A व B स्वतंत्र हैं यदि :

(A) A और B परस्पर अपवर्जी हैं

(B) P (A'B') = [1 – P(A)] [1 – P (B)]

(C) P (A) = P (B)

(D) P (A) = P (B) = 1

97. $\begin{bmatrix} -3 & 9 \\ -13 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} =$

(A) $\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -2 & 9 \\ -13 & -1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -3 & 9 \\ -13 & -1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

98. यदि दो स्वतंत्र घटनाओं A और B के लिए P (A) = x, PB = $\frac{1}{7}$ तथा P (A ∪ B) = $\frac{3}{7}$. तो x का मान है :

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$

(C) $\frac{3}{5}$ (D) इनमें से कोई नहीं

99. $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}[2\ 3] =$

(A) [2 3] (B) $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

100. $[x - 1\ y + 2] = [3\ 5] \Rightarrow (x, y) =$

(A) (2, 1) (B) (4, 3)

(C) (3, 4) (D) (1, 2)

खण्ड – ब : गैर-वस्तुनिष्ठ प्रश्न

लघु उत्तरीय प्रश्न

निर्देश : प्रश्न-संख्या 1 से 30 तक लघु उत्तरीय प्रश्न है। इनमें से केवल 15 प्रश्नों का उत्तर दें। $15 \times 2 = 30$

1. सिद्ध करें कि $4(\cot^{-1}3 + \cot^{-1}2) = \pi$

2. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$, तो सिद्ध करें कि $A^2 = A$.

3. $\int \frac{x^2-1}{x^2+4}dx$ का समाकलन करें।

4. यदि $y = x\log\left(\frac{x}{a+bx}\right)$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात करें।

5. यदि $x = \sqrt{1+t^2}, y = \sqrt{1-t^2}$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात करें।

6. यदि $y = (\sin x)^{\cos x}$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात करें।

7. समाकलन करें : $\int \frac{dx}{2+\cos x}$

8. समाकलन करें : $\int \frac{e^x-1}{e^x+1}dx$

9. $\int_0^{\pi/2} \cos^3\theta\, d\theta$ का मान ज्ञात करें।

10. सिद्ध करें कि : $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x\, dx = \int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$

11. जाँचें कि फलन $f(x) = x^2 - 4x + 3, x = 1$ पर वर्धमान है या ह्रासमान।

12. हल करें : $\sqrt{a+x}\frac{dy}{dx} + x = 0$

13. हल करें : $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{1-x^2}y = \frac{1}{1-x^2}$

14. दो सरल रेखाओं के बीच का न्यूनकोण ज्ञात करें जिनके दिक् अनुपात (1, 1, 0) और (2, 1, 2) हैं।

15. p के मान ज्ञात करें जिससे सरल रेखाएँ $\frac{11-x}{p} = \frac{3y-3}{2} = \frac{17-z}{5}$

एवं $\frac{x-22}{3p} = \frac{2y-7}{27p} = \frac{z-100}{6/5}$ परस्पर लम्ब हों।

16. सदिशों $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 5\vec{k}$ तथा $b = -7\vec{i} + 6\vec{j} + 8\vec{k}$ का सदिश गुणनफल ज्ञात करें।

17. एक सिक्के को 3 बार उछाला जाता है। ठीक दो बार शीर्ष आने की प्रायिकता ज्ञात करें।

18. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल करें :

निम्न व्यवरोधों $x + y \le 8, x \ge 0, y \ge 0$ के अंतर्गत $z = 5x + 6y$ का अधिकतम मान ज्ञात करें।

19. $r = 6$ cm, त्रिज्या वाले वृत के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या r के सापेक्ष ज्ञात करें।

20. मान ज्ञात करें :

$(-2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}).(3\vec{i} - 6\vec{j} + 6\vec{k}) \times (\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k})$

21. gof और fog ज्ञात करें यदि $f(x) = 8x^3$ तथा $g(x) = x^{1/3}$

22. यदि E और F इस तरह की घटनाएँ हो कि P (E) = 0.6, P (F) = 0.3 और P (E ∩ F) = 0.2 तो $P(E/F)$ ज्ञात करें।

23. दो पासों को एक साथ फेंका जाता है। अंकों का योगफल 9 या 11 आने की प्रायिकता ज्ञात करें।

24. मान ज्ञात करें : $\int_1^2 \frac{\sqrt{\log x}}{x} dx$

25. हल करें : $(2x + 3y - 5)\,dx + (3x - 2y - 1)\,dy = 0$

26. बिन्दुओं (1, –1, 3) और (2, –4, 5) को मिलाने वाली रेखा की दिक् कोज्याएँ ज्ञात करें।

27. समाकलन करें : $\int \sin\sqrt{x} dx$

28. समाकलन करें : $\int \sin^3 x dx$

29. सिद्ध करें कि : $\sin^{-1}\frac{3}{5} - \cos^{-1}\frac{12}{13} = \sin^{-1}\frac{16}{65}$

30. सारणिक $\begin{bmatrix} 4 & 9 & 7 \\ 3 & 5 & 7 \\ 5 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ का मान ज्ञात करें।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

निर्देश : प्रश्न-संख्या 31 से 38 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न है। किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर दें। $4 \times 5 = 20$

31. मान निकालें : $\int_1^2 \frac{\log x}{x^2} dx$

32. गुणनखण्ड निकालें : $\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2a & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$

33. यदि ΔABC में, $A = \tan^{-1} 2$ तथा $b = \tan^{-1} 3$ तो सिद्ध करें कि $C = \frac{\pi}{4}$.

34. यदि $\sin y = x \sin(a + y)$ तो सिद्ध करें कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2(a+y)}{\sin a}$

35. व्यवरोधों $x + 2y \le 16$
$x \ge 0, y \ge 0$
के अन्तर्गत $Z = 3x + 7y$ का अधिकतम मान ज्ञात करें।

36. हल करें : $(1 + y^2) + (x - e^{-\tan^{-1} y})\frac{dy}{dx} = 0$

37. रेखाओं $r = \vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k} + \lambda(2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k})$ तथा
$r = 3\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k} + \mu(2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात करें।

38. एक सिक्के की दो उछालों में शीर्षों की संख्या का माध्य ज्ञात करें।

व्याख्यासहित उत्तर

खण्ड – अ

OMR ANSWER-SHEET

1.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	51.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
2.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	52.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
3.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	53.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
4.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	54.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
5.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	55.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
6.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	56.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
7.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	57.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
8.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	58.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
9.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	59.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
10.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	60.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
11.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	61.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
12.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	62.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
13.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	63.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
14.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	64.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
15.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	65.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
16.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	66.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
17.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	67.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
18.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	68.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
19.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	69.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
20.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	70.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
21.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	71.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
22.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	72.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
23.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	73.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
24.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	74.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
25.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	75.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
26.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	76.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
27.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	77.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
28.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	78.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
29.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	79.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
30.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	80.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
31.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	81.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
32.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	82.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
33.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	83.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
34.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	84.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
35.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	85.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
36.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	86.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
37.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	87.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
38.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	88.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
39.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	89.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
40.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	90.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
41.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	91.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
42.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	92.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
43.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	93.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
44.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	94.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
45.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	95.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
46.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	96.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
47.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	97.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
48.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	98.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
49.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	99.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
50.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	100.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ

ANSWER

1. (C)	2. (B)	3. (B)	4. (B)	5. (C)
6. (B)	7. (B)	8. (A)	9. (D)	10. (A)
11. (A)	12. (D)	13. (C)	14. (A)	15. (C)
16. (A)	17. (B)	18. (A)	19. (D)	20. (D)
21. (B)	22. (C)	23. (B)	24. (C)	25. (C)
26. (B)	27. (C)	28. (B)	29. (B)	30. (B)
31. (B)	32. (A)	33. (B)	34. (A)	35. (B)
36. (B)	37. (D)	38. (A)	39. (B)	40. (B)
41. (C)	42. (A)	43. (D)	44. (C)	45. (A)
46. (C)	47. (D)	48. (B)	49. (D)	50. (A)
51. (B)	52. (A)	53. (D)	54. (A)	55. (A)
56. (C)	57. (C)	58. (A)	59. (A)	60. (B)
61. (B)	62. (C)	63. (B)	64. (C)	65. (C)
66. (C)	67. (B)	68. (C)	69. (D)	70. (B)
71. (B)	72. (B)	73. (B)	74. (B)	75. (B)
76. (D)	77. (A)	78. (C)	79. (B)	80. (C)
81. (C)	82. (B)	83. (B)	84. (D)	85. (A)
86. (A)	87. (A)	88. (A)	89. (C)	90. (A)
91. (B)	92. (B)	93. (C)	94. (B)	95. (B)
96. (B)	97. (C)	98. (A)	99. (D)	100. (B)

खण्ड – ब

1. हम जानते हैं $\cot^{-1}x+\cot^{-1}y=\cot^{-1}\left(\frac{xy-1}{y+x}\right)$

L.H.S. $= 4\ \cot^{-1}\left(\frac{3\times2-1}{2+3}\right)$

$= 4\ \cot^{-1}\left(\frac{5}{5}\right)$

$= 4\ \cot^{-1}(1)$

$= 4\times\frac{\pi}{4}=\pi$

= R.H.S. Proved.

2. L.H.S. $= A^2 = A.A$

$$= \begin{bmatrix}2&-2&-4\\-1&3&4\\1&-2&-3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&-2&-4\\-1&3&4\\1&-2&-3\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}4+2-4&-4-6+8&-8-8+12\\-2-3+4&2+9-8&4+12-12\\2+2-3&-2-6+6&-4-8+9\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}2&-2&-4\\-1&3&4\\1&-2&-3\end{bmatrix} = A = \text{R.H.S.; Proved.}$$

3. $I = \int\frac{x^2-1}{x^2+4}dx$

$$= \int\frac{x^2+4-4-1}{x^2+4}dx$$

$$= \int\left(\frac{x^2+4}{x^2+4}-\frac{5}{x^2+4}\right)dx$$

$$= \int\left(1-\frac{5}{x^2+4}\right)dx$$

$$= \int dx-\int\frac{5}{x^2+4}dx$$

$$= x-\frac{5}{2}\tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)+C\ ;\ \text{Ans.}$$

4. दिया है $y=x\log\left(\frac{x}{a+bx}\right)$

$\Rightarrow y = x\ [\log x - \log(a+bx)]$

$\Rightarrow y = x\log x - x\log(a+bx)$

D.w.r. to x

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx}=x\times\frac{1}{x}+\log x\times1 - \left(x\times\frac{1}{(a+bx)}\times(0+b)+\log(a+bx)\right)$$

$$\frac{dy}{dx}=1+\log x-\frac{xb}{(a+bx)}-\log(a+bx)\ ;\ \text{Ans.}$$

5. दिया है : $x=\sqrt{1+t^2}$

d.w.r to t

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt}=\frac{1}{2\sqrt{1+r^2}}\times(0+2r)$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dx}=\frac{t}{\sqrt{1+t^2}} \quad \text{... (i)}$$

और $y=\sqrt{1-t^2}$

d.w.r. to t

$$\frac{dy}{dt}=\frac{1}{2\sqrt{1-t^2}}\times(0-2t)$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dt}=\frac{-t}{\sqrt{1-t^2}} \quad \text{... (ii)}$$

समी॰ (i) और (ii) से

$$\frac{dy}{dx}=-1\ ;\ \text{Ans.}$$

6. दिया है : $y=(\sin x)^{\cos x}$

Taking log both sides

$\Rightarrow \log y = \cos x\ .\ \log\sin x$

D.w.r. to x

$$\Rightarrow \frac{1}{x}\frac{dy}{dx}=\left(\cos x\times\frac{1\times\cos x}{\sin x}-\sin x.\log\sin x\right)$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = y\left(\frac{\cos^2 y}{\sin x} - \sin x \log \sin x\right)$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = (\sin x)^{\cos x}(\cot x.\cos x - \sin x.\log \sin x)\ ;\ \textbf{Ans.}$$

7. माना $I = \int \frac{dx}{2+\cos x} = \int \frac{dx}{1+(1+\cos x)} = \int \frac{dx}{1+2\cos^2 \frac{x}{2}}$

भाग देने पर,

$$\cos^2 \frac{x}{2}$$

$$= \int \frac{\sec^2 \frac{x}{2}}{3+\tan^2 \frac{x}{2}} dx = 2\int \frac{dz}{3+z^2}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \tan^{-1}\left(\frac{\tan \frac{x}{2}}{\sqrt{3}}\right) + x\ ;\ \textbf{Ans.}$$

8. माना $I \quad = \int \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx = \int \frac{e^x + 1 - 2}{e^x + 1} dx$

$$= \int \frac{e^x + 1}{e^x + 1} dx \int \frac{2dx}{e^x + 1} = x - 2 \log (e^x + 1) + c$$

; **Ans.**

9. $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x\, dx = \int_0^{\pi/2} \left(\frac{3\cos x + \cos 3x}{4}\right) dx$

[$\because$ $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$]

$$= \frac{3}{4}\int_0^{\pi/2} \cos x dx + \frac{1}{4}.\int_0^{\pi/2} \cos 3x\, dx$$

$$= \frac{3}{4}.[\sin x]_0^{\pi/2} + \frac{1}{4}.\left[\frac{\sin 3x}{3}\right]_0^{\pi/2} = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{12}\right) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

10. माना $I_1 \quad = \int_0^{\pi/2} \sin^2 x\, dx = \int_0^{\pi/2} \left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right) dx$

$$= \left[\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}\right]_0^{\pi/2} = \left[\frac{\pi}{4} - 0\right] = \frac{\pi}{4} \qquad \ldots(i)$$

$$I_2 \quad = \int_0^{\pi/2} \cos^2 x\, dx = \int_0^{\pi/2} \left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right) dx$$

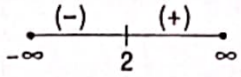
$$= \left[\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4}\right]_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{4} \qquad \ldots(ii)$$

समी॰ (i) और (ii) से,

$$\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx = \int_0^{\pi/2} \cos^2 x\, dx\ ;\ \textbf{Proved}$$

11. दिया है : $f(x) = x^2 - 4x + 3$

D.w.r. to x



$f(x) = 2x - 4$

Sign scheme at f-(x)

$f(x)'$ is Inc. In $[2, \infty]$

$f(x)'$ is dec. In $[-\infty, 2]$

$\therefore$ $f(x)$ is dec. at $x = 1$

12. $\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{\sqrt{a+x}}$

$$\Rightarrow dy = \frac{-x}{\sqrt{a+x}} dx$$

$$\Rightarrow dy = \int \frac{-x}{\sqrt{a+x}} dx \quad \Rightarrow \quad y = -\int \frac{(a+x)-a}{\sqrt{a+x}} dx$$

$$\Rightarrow y = -\int \sqrt{a+x} dx + a\int (a+x)^{-1/2} dx$$

$$\Rightarrow y = \frac{-2}{3}(a+x)^2 + 2a\sqrt{a+x} + c$$ Proved.

13. $\frac{dy}{dx} - \frac{xy}{1-x^2} y = \frac{1}{1-x^2}$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{-x}{1-x^2} y = \frac{1}{1-x^2}$$

this linear eqn in the form of $\frac{dy}{dx} + Py = Q$

$\therefore$ equation (i) : $y \times \text{IF} = \int (Q.IF)\, dx + C$

$z = 1 - x^2$

$\therefore$ $\text{IF} = e^{\int p dx} = e^{\int \frac{-x}{1-x} dx}$

$$= e^{\log \sqrt{1-x^2}} = \sqrt{1-x^2}$$

eqn. (1) से,

$$y\sqrt{1-x^2} = \int \frac{1}{1-x^2} \sqrt{1-x^2} dx + c$$

$$y\sqrt{1-x^2} = \int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx + c$$

$$y\sqrt{1-x^2} = \sin^{-1} x + C\ ;\ \textbf{Ans.}$$

14. अभीष्ट न्यून कोण $= \cos\theta = \frac{1\times 2 + 1\times 1 + 0\times 2}{\sqrt{1+1+0}\sqrt{4+1+4}}$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{2+1}{\sqrt{2}.3} \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos\theta = \cos\frac{\pi}{4}$$

$\therefore$ $\theta = \frac{\pi}{4}$, **Ans.**

15. दोनों रेखा है: $\sqrt{l_1l_2+m_1m_2+n_1n_2=0}$

$$\frac{x-11}{-p}=\frac{y-1}{2/3}=\frac{z-17}{-5}$$

$$\frac{x-22}{3p}=\frac{y-7/2}{\frac{27p}{2}}=\frac{z-100}{6/5}$$

$$-3p^2+\frac{27p}{2}\times\frac{2}{3}+\frac{6}{5}\times-5=0$$

$$3p^2-9p+6=0$$

$$p^2-3p+2=0$$

$$p^2-2p-p+2=0$$

$$(p-2)(p-1)=0$$

$\therefore$ $p=2, 1$; **Ans.**

16. दिया है :

$$\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}-5\vec{k}$$

$$\vec{b}=7\vec{i}+6\vec{j}+8\vec{k}$$

$$\therefore \quad \vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & -3 & -5\\ -7 & 6 & 8\end{vmatrix}$$

$$=\vec{i}(-24+30)-\vec{j}(16-35)+\vec{k}(12-21)$$

$$=6\vec{i}+19\vec{j}-9\vec{k};\ \textbf{Ans.}$$

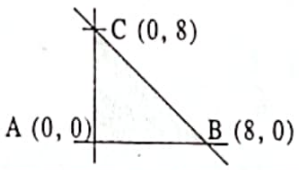
17. p (a head) $=\frac{1}{2}$; p (not a head) $=\frac{1}{2}$

$\therefore$ $p=\frac{1}{2}$, $q=\frac{1}{2}$

$n=3$ और $r=2$

$\therefore$ p (exactly 2 head) $=3c_2\left(\frac{1}{2}\right)^3$; **Ans.**

18.



Corner point	$Z = 5x + 6y$
A (0, 0)	0
B (F, 0)	40
C (0, 8)	48

Z has maximum value 48 at C (0, 8); **Ans.**

19. Let A be the Area of the circle of radius r then $A=\pi r^2$

$$\Rightarrow \quad \frac{dA}{dr}=2\pi r \quad \Rightarrow \left[\frac{dA}{dr}\right]_{r=6\,cm}=(2\pi\times6)\ cm^2/cm;\ \textbf{Ans.}$$

20. $(-2\vec{i}+3\vec{j}-4\vec{k}).(3\vec{i}-6\vec{j}+6\vec{k})\times(\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k})$

$$3\vec{i}-6\vec{j}+6\vec{k}\times\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3 & -6 & 6\\ 1 & -3 & 2\end{vmatrix}$$

$$=\vec{i}(-12+18)-\vec{j}(6-6)+\vec{k}(-9+6)$$

$$=6\vec{i}-3\vec{k}$$

$$\Rightarrow (-2\vec{i}+3\vec{j}-4\vec{k}).(6\vec{i}-3\vec{k})$$

$$\Rightarrow -12+12=0;\ \textbf{Ans.}$$

21. $f(x)=8x^3$ तथा $g(x)=x^{1/3}$

$\because$ gof $= g(f(x))$ fog $= f(g(x)$

$= g(8x^3)$ $= f(x^{1/3})$

$= (8x^3)^{1/3}$ $= 8(x^{1/3})^3$

$= (2^3 . x^3)^{1/3}$ fog $= 8x$, **Ans.**

$= \{(2x)^3\}^{1/3}$

gof $= 2x$, **Ans.**

22. $P(E)=0.6$, $P(F)=0.3$, $P(E\cap F)=0.2$

अब (i) $P\ (E/F)=\frac{P(E\cap F)}{P(F)}=\frac{0.2}{0.3}=\frac{2}{3}$

(ii) $P\ (F/E)=\frac{P(E\cap F)}{P(E)}=\frac{0.2}{0.6}=\frac{1}{3}$, **Ans.**

23. $n(s) = 36$

E = {(6, 3), (6, 5), (4, 5), (5, 4), (6, 5), (5, 6)}

$P(E)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

24. $I=\int_1^2\frac{\sqrt{\log x}}{x}dx$; $t=\log x$; $dt=\frac{1}{x}dx$

यदि $x=0$; $t=0$

और $x=2$; $t=\log 2$

$$I=\int_0^{\log 2}\sqrt{t}dt=\frac{2}{3}\left[t^{3/2}\right]_0^{\log 2}=\frac{2}{3}(\log 2)^{3/2}$$

25. $(2x+3y-5)\,dx+(3x-2y-1)\,dy=0$

$2xdx+3ydx-5dx-3xdy-2ydy-dy=0$

$3\,(ydx+xdy)-2xdx-5dx-2\,ydy-dy=0$

$3d\,(xy)-2xdx-5dx-2\,ydy-dy=0$

Integrating both sides

$$3\int d\,(xy)-2\int xdx-5\int dx-2\int ydy-\int dy=C$$

$3xy-x^2-5x-y^2-y=C$; **Ans.**

26. माना A = (1, –1, 3)

B = (2, –4, 5)

यहाँ AB $=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$

$=\sqrt{(2-1)^2+(4-1)^2+(5-3)^2}$

$=\sqrt{1+9+4}$

$=\sqrt{14}$

$\therefore$ AB की दिक्-कोज्याएँ,

$$=\frac{x_2-x_1}{AB},\frac{y_2-y_1}{AB},\frac{z_2-z_1}{AB}=\frac{1}{\sqrt{14}},\frac{-3}{\sqrt{14}},\frac{2}{\sqrt{14}}$$

27. माना $I = \int \sin\sqrt{x}\,dx$

माना $\sqrt{x} = z$

D.w.r. to x

$$\Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}dx = dz$$

$$\Rightarrow dx = 2\sqrt{x}\,dz$$

$$\therefore \quad I = \int \sin z \times 2\sqrt{x}\,dz = 2\int z\sin z\,dz$$

$$= 2\left[z\int \sin z\,dz - \int\left(\frac{dz}{dz}.\int \sin z dz\right)dz\right]$$

$$= 2\left[zx - \cos z + \int \cos z dz\right]$$

$$= -2z\cos z + 2\sin z + c$$

$$= -2\sqrt{x}\cos\sqrt{x} + 2\sin\sqrt{x} + c.\ ;\ \text{Ans.}$$

28. यहाँ $I = \int \sin^3 x dx$

$$= \int \frac{3\sin x - \sin 3x}{4}dx$$

$$= \frac{1}{4}\left[-3\cos x - \frac{-\cos 3x}{3}\right] + C$$

$$= -\frac{3}{4}\cos x + \frac{1}{12}\cos 3x + C,\ \text{Ans.}$$

29. L.H.S. $= \sin^{-1}\frac{3}{5} - \cos^{-1}\frac{12}{13} = \sin^{-1}\frac{3}{5} - \sin^{-1}\frac{5}{13}$

$$= \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2} - \frac{5}{13}\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}\right)$$

$$= \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\times\frac{12}{13} - \frac{5}{13}\times\frac{4}{5}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{16}{65}\right)$$

= R.H.S. Proved

30. $$\begin{bmatrix}4 & 9 & 7\\ 3 & 5 & 7\\ 5 & 4 & 5\end{bmatrix} = 4\begin{vmatrix}5 & 7\\ 4 & 5\end{vmatrix} - 9\begin{vmatrix}3 & 7\\ 5 & 5\end{vmatrix} + 7\begin{vmatrix}3 & 5\\ 5 & 4\end{vmatrix}$$

$= 4\,[25 - 28] - 9\,[15 - 35] + 7\,[12 - 25]$

$= -12 + 180 - 91 = 180 - 103 = 77$ Ans.

31. $\int_1^2 \frac{\log x}{x^2}dx$

$t = \log x \Rightarrow x = e^t$

$dt = \frac{1}{x}dx$

If $x = 1,\ t = 0$

$x = 2,\ t = \log 2 = \int_0^{\log 2} t.e^{-t}dt$

$$= \left[t\int e^{-t}dt - \int\left(\frac{dt}{dt}\int e^{-t}dt\right)dt\right]_0^{\log 2}$$

$$= \left[-te^{-t} - e^{-t}\right]_0^{\log 2}$$

$$= \left[\left(\log 2e^{-\log 2} + e^{-\log 2}\right) - (0+1)\right]$$

$$= -\left[\frac{1}{2}\log 2 + \frac{1}{2} - 1\right] = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\log 2$$

$$= \frac{1}{2}(1 - \log 2)\ ;\ \text{Ans.}$$

32. Let $\Delta = \begin{vmatrix}a-b-c & 2a & 2a\\ 2b & b-c-a & 2b\\ 2c & 2c & c-a-b\end{vmatrix}$

$R_1 \to R_1 + R_2 + R_3$

$$= (a+b+c)\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 2b & b-c-a & 2b\\ 2c & 2c & c-a-b\end{vmatrix}$$

$C_1 \to C_2\ \&\ C_2 - C_3$

$$= (a+b+c)\begin{vmatrix}0 & 0 & 0\\ b+c+a & -c-a-b & 2b\\ 0 & c+a+b & c-a-b\end{vmatrix}$$

$$= (a+b+c)^3\begin{vmatrix}0 & 0 & 1\\ 1 & -1 & 2b\\ 0 & 1 & c-a-b\end{vmatrix}$$

$= (a + b + c)^3$; Ans.

33. $A = \tan^{-1} 2$

$B = \tan^{-1} 3$

$\tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3 + C = \pi$

$$\tan^{-1}\frac{5}{1-6} + C = \pi$$

$C = 180° - 135° = 45°$; Ans.

34. $\sin y = x\sin(a + y) \to x = \frac{\sin y}{\sin(a+y)}$

d.w.r. to x

$$\cos y\,\frac{dy}{dx} = x\cos(a+y).\frac{dy}{dx} + \sin(a+y)$$

$$\therefore \quad \frac{dy}{dx} = \frac{\sin(a+y)}{\cos y - x\cos(a+y)}$$

$$= \frac{\sin(a+y)}{\cos y - \dfrac{\sin y}{\sin(a+y)}\cos(a+y)}$$

$$= \frac{\sin^2(a+y)}{\cos y.\sin(a+y) - \sin y\cos(a+y)}$$

$$\therefore \quad \frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2(a+y)}{\sin(a+y-y)} = \frac{\sin^2(a+y)}{\sin a}$$; **Ans.**

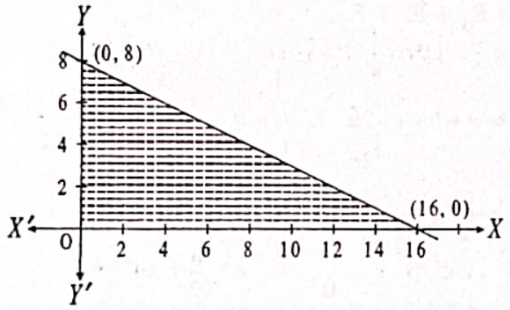
35. दिया गया अधिकतमीकरण समीकरण

$Z = 3x + 7y$

तथा अवरोध, $x + 2y \le 16$ ... (i)

तथा $x \ge 0, y \ge 0$ ... (ii)

सबसे पहले हम असमिकाओं के निकाय द्वारा निर्धारित आलेख खींचते हैं।



निकाय (i) का संगत समीकरण लेने पर

$x + 2y = 16$

x	0	16
y	8	0

समी॰ (i) में $x = 0$ तथा $y = 0$ रखने पर $0 + 0 \le 16 \Rightarrow 0 \le 16$ जो सत्य है।

अतः आलेख के छायांकित क्षेत्र हल क्षेत्र है।

∴ अब हम प्रत्येक corner point पर z का मान ज्ञात करते हैं।

कोणीय बिन्दु	$z = 3x + 7y$
(0, 0)	$z = 3 \times 0 + 7 \times 0 = 0$
(16, 0)	$z = 3 \times 16 + 7 \times 0 = 48$
(0, 8)	$z = 3 \times 0 + 7 \times 8 = 56$

अतः z का महत्तम मान बिन्दु (0, 8) पर 56 है; **Ans.**

36. $(1+y^2) + (x - e^{-\tan^{-1} y})\dfrac{dy}{dx} = 0$

$$\therefore \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{1+y^2}{x - e^{-\tan^{-1} y}}$$

$$\text{or} \quad \frac{dx}{dy} = -\frac{x - e^{-\tan^{-1} y}}{1+y^2}$$

$$\frac{dx}{dy} + \frac{x}{1+y^2} = \frac{e^{-\tan^{-1} y}}{1+y^2}$$

$$\text{I.F.} = e^{\int \frac{1}{1+y^2} dy} = e^{\tan^{-1} y}$$

$$x \times e^{\tan^{-1} y} = \int e^{\tan^{-1} y} \times \frac{e^{-\tan^{-1} y}}{1+y^2} dy + c$$

$$= \quad x e^{\tan^{-1} y} = \tan^{-1} y + c$$; **Ans.**

37. $\vec{r} = \vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{j} + \lambda(2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k})$

$\vec{r} = 3\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{j} + \mu(2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k})$ same cross product zero distance not possible

$$\text{निम्नतम दूरी} = \left[\frac{(\vec{a}_2 - \vec{a}_1).(\vec{b}_1 \times \vec{b}_2)}{|\vec{b}_1 \times \vec{b}_2|}\right]$$

$$\vec{b}_1 \times \vec{b}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & 6 \\ 2 & 3 & 6 \end{vmatrix}$$

38. S = {HH, HT, TH, TT}

y = no. of heads

x	0	1	2
P (x)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

$$\bar{x} = \Sigma pi \times j$$

$$= \frac{1}{4} \times 0 + \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{4} \times 2 \quad = 0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$; **Ans.**

❑❑❑