

# MODEL PAPER - 2

समय : 3 घंटे 15 मिनट ]

[ पूर्णांक : 100

परीक्षार्थी के लिए निर्देश :

1. परीक्षार्थी यथासंभव अपने शब्दों में ही उत्तर दें।
2. दाहिनी ओर हाशिये पर दिए हुए अंक पूर्णांक निर्दिष्ट करते हैं।
3. इस प्रश्न-पत्र को ध्यानपूर्वक पढ़ने के लिए 15 मिनट का अतिरिक्त समय दिया गया है।
4. यह प्रश्न-पत्र दो खण्डों में है—खण्ड-अ एवं खण्ड-ब।
5. खण्ड-अ में 100 वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं, इनमें से केवल 50 वस्तुनिष्ठ प्रश्न का उत्तर देना है। (प्रत्येक के लिए 1 अंक निर्धारित है), इनका उत्तर उपलब्ध कराये गये OMR Answer Sheet में दिए गए सही वृत्त को काले/नीले बॉल पेन से भरे। किसी भी प्रकार के हाइटनर/तरल पदार्थ/ब्लेड/नाखून आदि का उत्तर पत्रिका में प्रयोग करना मना है, अथवा परीक्षा परिणाम अमान्य होगा।
6. खण्ड-ब में 30 लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। (प्रत्येक के लिए 2 अंक निर्धारित है), जिनमें से किसी 15 प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है। इनके अतिरिक्त इस खण्ड में 8 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिए गए हैं। (प्रत्येक के लिए 5 अंक निर्धारित है।) जिनमें से किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर देना है।
7. किसी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरण का प्रयोग पूर्णतया वर्जित है।

## खण्ड - अ : वस्तुनिष्ठ प्रश्न

निर्देश : प्रश्न-संख्या 1 से 100 में से केवल 50 वस्तुनिष्ठ प्रश्नों का चयन करें। चुने गए प्रश्न के सही विकल्प को चिह्नित कर OMR Answer-Sheet में रंजित करें।  $50 \times 1 = 50$

1.  $\int \tan^2 x dx =$   
(A)  $\tan x + x + c$  (B)  $\tan x - x + c$   
(C)  $\cot x + x + c$  (D)  $\cot x - x + c$
2.  $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx =$   
(A)  $\cot x - \tan x + c$  (B)  $\tan x - \cot x + c$   
(C)  $-\cot x - \tan x + c$  (D)  $-\tan x + c$
3.  $(4\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}) \cdot (6\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}) =$   
(A) 22 (B) 15 (C) 21 (D) 18
4.  $\frac{d}{dx}(\sec^{-1} x) =$   
(A)  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$  (B)  $\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$  (C)  $\frac{1}{1+x^2}$  (D)  $-\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
5.  $\frac{d}{dx} \log(\cos x) =$   
(A)  $\tan x$  (B)  $-\tan x$  (C)  $\cot x$  (D)  $-\cot x$
6. अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + 2y = e^{3x}$  का समाकलन गुणक है :  
(A)  $e^{3x}$  (B)  $e^{2x}$  (C)  $e^x$  (D)  $e^{4x}$
7. बिन्दु  $(2, 1, -1)$  से तल  $x - 2y + 4z = 9$  की दूरी है :  
(A)  $\frac{13}{21}$  (B)  $\frac{13\sqrt{21}}{21}$   
(C)  $\frac{21}{13}$  (D) इनमें से कोई नहीं

$$8. P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}, P(A \cap B) = \frac{1}{5} \Rightarrow P(B/A) =$$

- (A)  $\frac{2}{5}$  (B)  $\frac{3}{5}$  (C)  $\frac{1}{5}$  (D)  $\frac{4}{5}$

$$9. x \in [-1, 1], \cos^{-1} x =$$

- (A)  $\frac{\pi}{2} - \cot^{-1} x$  (B)  $\frac{\pi}{2} - \sin^{-1} x$   
(C)  $\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} x$  (D)  $\frac{\pi}{2} - \sec^{-1} x$

$$10. A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^5 =$$

- (A)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (C)  $\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$11. \text{यदि } A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \text{ तो } A^{-1} =$$

- (A)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{12} \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{12} \end{bmatrix}$  (C)  $\begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 6 & 12 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -6 & 12 \end{bmatrix}$

$$12. \text{यदि संक्रिया 'o', } aob = 3a + b \text{ से परिभाषित हो तो } (2 \text{ o } 3) \text{ o } 5 =$$

- (A) 28 (B) 32 (C) 36 (D) 22

$$13. \begin{vmatrix} -\sin\theta & \cos\theta \\ \sec\theta & \operatorname{cosec}\theta \end{vmatrix} =$$

- (A) 0 (B) -1 (C) -2 (D)  $-\sin 2\theta$

$$14. \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} =$$

- (A)  $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$  (C)  $\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$15. \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{3x-2} \right) =$$

$$(A) \frac{-1}{(3x-2)^2}$$

$$(B) \frac{-3}{(3x-2)^2}$$

$$(C) \frac{3}{(3x-2)^2}$$

$$(D) \frac{3}{3x-2}$$

16. अवकल समीकरण  $e^{3x} dx + e^{4y} dy = 0$  का हल है :

$$(A) e^{3x+4y} = k$$

$$(B) e^{3x} + e^{4y} = k$$

$$(C) \frac{1}{3} e^{3x} + \frac{1}{4} e^{4y} = k$$

$$(D) e^{3x} + e^{4y} + e^{3x+4y} = k$$

$$17. \tan^{-1} \left( \frac{x+y}{1-xy} \right) =$$

$$(A) \sin^{-1}(x+y)$$

$$(B) \cos^{-1}(x+y)$$

$$(C) \tan^{-1}(x+y)$$

$$(D) \tan^{-1} x + \tan^{-1} y$$

$$18. (3\vec{k} - 7\vec{i}) \times 2\vec{k} =$$

$$(A) -14\vec{j}$$

$$(B) 14\vec{j}$$

$$(C) 11\vec{i} - 2\vec{k}$$

$$(D) 2\vec{k} - 11\vec{i}$$

$$19. \int \sin^3 \theta \operatorname{cosec}^2 \theta d\theta =$$

$$(A) c + \theta$$

$$(B) c + \cos \theta$$

$$(C) c - \cos \theta$$

$$(D) c + \sin \theta$$

$$20. \frac{d}{dx} (11^x) =$$

$$(A) x 11^{x-1}$$

$$(B) 11^x \cdot \log x$$

$$(C) 11^x \cdot \log 11$$

$$(D) \frac{11^x}{\log 11}$$

21. यदि दो समांतर रेखाओं के दिक् अनुपात  $a_1, b_1, c_1$  तथा  $a_2, b_2, c_2$

$$\text{है तो } \frac{a_1 c_2}{a_2} =$$

$$(A) b_1$$

$$(B) b_2$$

$$(C) b_3$$

$$(D) c_1$$

22. व्यवरोधों  $x + y \leq 13, x \geq 0, y \geq 0$  के अंतर्गत  $Z = x - 3y$  का

अधिकतम मान है :

$$(A) 39$$

$$(B) 26$$

$$(C) 13$$

$$(D) -26$$

23.  $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y =$

$$(A) \sin^{-1} \{x\sqrt{1-y^2} - y\sqrt{1-x^2}\}$$

$$(B) \sin^{-1} \{x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}\}$$

$$(C) \sin^{-1} \{x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2}\}$$

$$(D) \sin^{-1} \{x\sqrt{1+y^2} - y\sqrt{1+x^2}\}$$

24. यदि  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 5, 10, 17\}$  और  $f(x) = x^2 + 1$  तो फलन  $f: A \rightarrow B$  कैसा फलन होगा ?

(A) एकैक अंतःक्षेपी

(B) एकैक आच्छादक

(C) अनेकैक अंतःक्षेपी

(D) अनेकैक आच्छादक

$$25. \cot^{-1}(-x) =$$

$$(A) -\cot^{-1} x$$

$$(B) \cot^{-1} x$$

$$(C) \pi + \cot^{-1} x$$

$$(D) \pi - \cot^{-1} x$$

$$26. \cos^{-1} \left( \frac{-1}{2} \right) =$$

$$(A) \frac{2\pi}{3}$$

$$(B) \frac{\pi}{3}$$

$$(C) \frac{-\pi}{3}$$

$$(D) \frac{-2\pi}{3}$$

27.  $5\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$  और  $3\vec{i} - 4\vec{j} + 7\vec{k}$  का अदिश गुणनफल है :

$$(A) 10$$

$$(B) -10$$

$$(C) 15$$

$$(D) -15$$

28. यदि  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$  हो, तो

$$(A) \vec{a} \perp \vec{b}$$

$$(B) \vec{a} \parallel \vec{b}$$

$$(C) \vec{a} + \vec{b} = 0$$

$$(D) \vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$$

$$29. \frac{d}{dx} (\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) =$$

$$(A) 0$$

$$(B) 1$$

$$(C) \frac{\pi}{2}$$

$$(D) \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

30. यदि  $y = \sin(x^3)$  तो  $\frac{dy}{dx} =$

$$(A) x^3 \cos(x^3)$$

$$(B) 3x^2 \sin(x^3)$$

$$(C) 3x^2 \cos(x^3)$$

$$(D) \cos(x^3)$$

$$31. \int \frac{-1}{1+x^2} dx =$$

$$(A) \tan^{-1} x + 1$$

$$(B) \sec^{-1} x + k$$

$$(C) \operatorname{cosec}^{-1} x + k$$

$$(D) \cot^{-1} x + k$$

32. किसी सरल रेखा के दिक् अनुपात 1, 3, 5 हैं, तो रेखा की दिक्कोज्याएँ हैं :

$$(A) \frac{1}{\sqrt{35}}, \frac{3}{\sqrt{35}}, \frac{5}{\sqrt{35}}$$

$$(B) \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, \frac{5}{9}$$

$$(C) \frac{3}{\sqrt{35}}, \frac{5}{\sqrt{35}}, \frac{1}{\sqrt{35}}$$

$$(D) \frac{5}{\sqrt{35}}, \frac{3}{\sqrt{35}}, \frac{1}{\sqrt{35}}$$

33. एक पासा के फेंकने में यदि सम संख्या आती हो, तो उसके दो से अधिक होने की प्रायिकता है :

$$(A) 4$$

$$(B) 3$$

$$(C) \frac{3}{2}$$

$$(D) \frac{1}{3}$$

$$34. \int \frac{x e^x}{(x+1)^2} dx =$$

$$(A) \frac{e^x}{(x+1)^2} + C$$

$$(B) \frac{-e^x}{x+1} + C$$

$$(C) \frac{e^x}{x+1} + C$$

$$(D) \frac{-e^x}{(x+1)^2} + C$$

$$35. \int \frac{dx}{a^2 + x^2} =$$

$$(A) \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{a}{x} + C$$

$$(B) \tan^{-1} \frac{x}{a} + C$$

$$(C) \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C$$

$$(D) \frac{1}{a} \tan^{-1} x + C$$

$$36. \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} =$$

$$(A) \begin{bmatrix} a & 2b \\ 3c & 4d \end{bmatrix}$$

$$(B) \begin{bmatrix} 1+a & 2b \\ 3+c & 4d \end{bmatrix}$$

$$(C) \begin{bmatrix} 1+a & 2+b \\ 3+c & 4+d \end{bmatrix}$$

$$(D) \begin{bmatrix} 1+a & 2+b \\ 3c & 4+d \end{bmatrix}$$

$$37. \frac{d}{dx}(\tan x^2) =$$

$$(A) \sec x^2$$

$$(B) 2x \sec^2 x^2$$

$$(C) 2x^2 \sec^2 x^2$$

$$(D) \frac{\sec x^2}{2x}$$

$$38. \frac{d}{dx}(\sqrt{\cot x}) =$$

$$(A) \frac{1}{2\sqrt{\cot x}}$$

$$(B) \sqrt{\operatorname{cosec}^2 x}$$

$$(C) \frac{-\operatorname{cosec}^2 x}{2\sqrt{\cot x}}$$

$$(D) \frac{\operatorname{cosec}^2 x}{2\sqrt{\cot x}}$$

39. यदि  $A = \{1, 2, 3\}$ , तो A से A पर परिभाषित सभी एकैक फलनों की संख्या है :

$$(A) 2$$

$$(B) 3$$

$$(C) 4$$

$$(D) 6$$

$$40. \tan^{-1}(-x) =$$

$$(A) \tan^{-1}x$$

$$(B) -\tan^{-1}x$$

$$(C) \pi - \tan^{-1}x$$

$$(D) \sin^{-1}x - \pi$$

$$41. \frac{d}{dx}(\sin^2 x) =$$

$$(A) \sin 2x$$

$$(B) \cos 2x$$

$$(C) \tan 2x$$

$$(D) \cot 2x$$

42. यदि  $x = \sin \theta$ ,  $y = \cos \theta$ , तो  $\frac{dy}{dx} =$

$$(A) \tan \theta$$

$$(B) -\tan \theta$$

$$(C) \cot \theta$$

$$(D) \text{इनमें से कोई नहीं}$$

$$43. \vec{a} \cdot \vec{b} =$$

$$(A) -\vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$(B) \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$(C) 1$$

$$(D) -1$$

44. अवकल समीकरण  $(x+y)(dx-dy) = dx+dy$  का हल है :

$$(A) \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = x+y+c$$

$$(B) x-y = \log(x+y)+c$$

$$(C) \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} + xy = x+y+c$$

$$(D) x+y = \log(x-y)+c$$

$$45. \int \frac{dx}{x} = \dots$$

$$(A) x+k$$

$$(B) \frac{1}{x^2}+k$$

$$(C) -\frac{1}{x^2}+k$$

$$(D) \log x+k$$

$$46. P(E) =$$

$$(A) n(E) + n(s)$$

$$(B) \frac{n(E)}{n(s)}$$

$$(C) \frac{n(s)}{n(E)}$$

$$(D) n(E) - n(s)$$

$$47. P(A) + P(A') =$$

$$(A) 0$$

$$(B) 1$$

$$(C) -1$$

$$(D) P(E)$$

$$48. \text{यदि } \theta + \phi = 90^\circ, \text{ तो } \begin{vmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \phi & \cos \phi \end{vmatrix} =$$

$$(A) 1$$

$$(B) 0$$

$$(C) -1$$

$$(D) \infty$$

49.  $3 \times 3$  कोटि के ऐसे आव्यूहों की कुल कितनी संख्या होगी जिनकी प्रत्येक प्रविष्टि 0 या 1 है :

$$(A) 27$$

$$(B) 18$$

$$(C) 81$$

$$(D) 512$$

$$50. \vec{a} \times \vec{b} =$$

$$(A) \vec{b} \times \vec{a}$$

$$(B) -\vec{b} \times \vec{a}$$

$$(C) \vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$(D) \vec{b} \cdot \vec{a}$$

51. यदि  $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$  और  $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$  तो :

$$(A) \vec{a} \cdot \vec{b} = 5$$

$$(B) \vec{a} \cdot \vec{b} = -1$$

$$(C) \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$(D) \text{इनमें से कोई नहीं}$$

$$52. \sin^{-1}\left(\sin \frac{2\pi}{3}\right) =$$

$$(A) \frac{2\pi}{3}$$

$$(B) \frac{\pi}{6}$$

$$(C) \frac{4\pi}{3}$$

$$(D) \frac{\pi}{3}$$

$$53. \frac{d}{dx}(\sin x) =$$

$$(A) \cos x$$

$$(B) -\sin x$$

$$(C) -\cos x$$

$$(D) \tan x$$

$$54. \frac{d}{dx}(\tan ax)$$

$$(A) a \tan ax$$

$$(B) a \sec^2 ax$$

$$(C) a \sec x$$

$$(D) a \cot ax$$

$$55. \int \sqrt{1-\sin 2x} dx = ?$$

$$(A) \sin x + \cos x + k$$

$$(B) \sin x - \cos x + k$$

$$(C) \cos x - \sin x + k$$

$$(D) \tan x - \cot x + k$$

$$56. \int e^{3x} dx =$$

$$(A) k + e^{3x}$$

$$(B) k - e^{3x}$$

$$(C) k + 3e^{3x}$$

$$(D) k + \frac{e^{3x}}{3}$$

57. यदि  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$  और  $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  तो  $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$

का मान है :

$$(A) 15$$

$$(B) -15$$

$$(C) 18$$

$$(D) -18$$



58. यदि  $|\vec{a}| = \sqrt{26}$ ,  $|\vec{b}| = 7$  और  $|\vec{a} \times \vec{b}| = 35$  तो  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$

- (A) 8 (B) 7 (C) 9 (D) 12

59. यदि  $f: R \rightarrow R$  एक फलन हो, तो  $f^{-1}: R \rightarrow R$  प्राप्त होगा। यदि  $f$  हो ?

- (A) एकैक अंतःक्षेपी (B) आच्छादक  
(C) एकैक आच्छादक (D) अनेकैक आच्छादक

60. सारणिक  $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 7 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$  के मान =

- (A) 124 (B) 125 (C) 134 (D) 144

61. यदि  $a, b, c$  समान्तर श्रेणी में हैं तो सारणिक  $\begin{vmatrix} x+2 & x+3 & x+2a \\ x+3 & x+4 & x+2b \\ x+4 & x+5 & x+2c \end{vmatrix}$

- है :  
(A) 1 (B)  $x$  (C) 0 (D)  $2x$

62.  $\frac{d}{dx} [\tan^{-1} \sqrt{1+x^2} - \cot^{-1}(-\sqrt{1+x^2})]$

- (A)  $\pi$  (B) 1 (C) 0 (D)  $\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}$

63.  $\int e^{2 \log \sec x} dx =$

- (A)  $e^{2 \log \sec x} + c$  (B)  $\tan x + c$   
(C)  $\sec x \cdot \tan x + c$  (D)  $\log \sec x + c$

64. अवकल समीकरण  $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) = 1$  का घात है :

- (A) 3 (B) 2  
(C) 1 (D) परिभाषित नहीं है

65. अवकल समीकरण  $2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + y = 0$  की कोटि है :

- (A) 2 (B) 1  
(C) 0 (D) परिभाषित नहीं है

66. दो सरल रेखाओं के दिक् अनुपात  $l_1, m_1, n_1$  और  $l_2, m_2, n_2$  हैं। दोनों सरल रेखाएँ परस्पर लम्ब होगी यदि :

- (A)  $l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0$  (B)  $l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 1$   
(C)  $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$  (D)  $\frac{l_1}{l_2} + \frac{m_1}{m_2} + \frac{n_1}{n_2} = 0$

67. यदि A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ हो तो :

- (A)  $P(A \cup B) = 1 - P(A')P(B')$   
(B)  $P(A \cap B) = 1 - P(A')P(B')$   
(C)  $P(A \cup B) = 1 + P(A')P(B')$   
(D)  $P(A \cup B) = \frac{P(A')}{P(B')}$

68.  $\cos^{-1}(2x-1) =$

- (A)  $2 \cos^{-1} x$  (B)  $\cos^{-1} \sqrt{x}$   
(C)  $2 \cos^{-1} \sqrt{x}$  (D) None of these

69.  $2 \cot^{-1} 3 + \cot^{-1} 7 =$

- (A)  $\frac{\pi}{2}$  (B)  $\frac{\pi}{4}$  (C)  $\pi$  (D)  $\frac{\pi}{6}$

70. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & b & -1 \end{bmatrix}$  तो  $A^2 =$

- (A) एकांक आव्यूह  
(C) रिक्त आव्यूह

- (B) A  
(D) -A

71.  $\int \sec^2(3x+5) dx = ?$

- (A)  $\frac{1}{3} \tan(3x+5) + k$  (B)  $-\frac{1}{3} \tan(3x+5) + k$   
(C)  $\frac{1}{5} \tan(3x+5) + k$  (D)  $-\frac{1}{5} \tan(3x+5) + k$

72.  $\int \operatorname{cosec} x dx = ?$

- (A)  $\log \left| \tan \frac{x}{2} \right| + k$  (B)  $\log \left| \cot \frac{x}{2} \right| + k$   
(C)  $\log \left| \sin \frac{x}{2} \right| + k$  (D)  $\log \left| \cos \frac{x}{2} \right| + k$

73. यदि  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  परस्पर लम्ब हों तो :

- (A)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$  (B)  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$   
(C)  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$  (D)  $\vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$

74.  $\vec{a} \times \vec{a} =$

- (A) 1 (B)  $\vec{0}$  (C)  $a^2$  (D)  $a$

75. माना कि  $A = \{1, 2, 3\}$  निम्नलिखित में किस फलन  $f: A \rightarrow A$  का प्रतिलौम फलन प्राप्त नहीं होगा ?

- (A)  $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$  (B)  $\{(1, 2), (2, 1), (3, 1)\}$   
(C)  $\{(1, 3), (3, 2), (2, 1)\}$  (D)  $\{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$

76.  $\frac{d}{dx} [\log(\operatorname{cose}^x)] = ?$

- (A)  $e^x + \tan x$  (B)  $-e^x \tan(e^x)$   
(C)  $e^x \cot x$  (D)  $e^x \cos x$

77.  $\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) =$

- (A)  $2\sqrt{x}$  (B)  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$  (C)  $\frac{\sqrt{x}}{2}$  (D)  $\frac{1}{\sqrt{x}}$

78.  $\int_0^1 (x) dx =$

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D)  $\frac{1}{2}$

79.  $\int_0^2 (x^2+1) dx =$

- (A)  $\frac{8}{3}$  (B)  $\frac{14}{3}$   
(C)  $\frac{13}{3}$  (D)  $\frac{1}{3}$

80. बिंदु (3, 4, 5) की x-अक्ष से दूरी :

- (A) 3 (B) 5  
(C)  $\sqrt{41}$  (D) इनमें से कोई नहीं

81. अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + y = e^x$  की कोटि है :

- (A) 2 (B) -1 (C) 1 (D) -2

82.  $\vec{i} \times \vec{k} =$   
 (A) 1 (B)  $\vec{0}$  (C)  $\vec{j}$  (D)  $-\vec{j}$

83. यदि  $P(A) = \frac{3}{8}$ ,  $P(B) = \frac{1}{3}$  और  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$  तो  
 $P(A' \cap B) =$   
 (A)  $\frac{13}{24}$  (B)  $\frac{13}{8}$  (C)  $\frac{13}{9}$  (D)  $\frac{13}{4}$

84. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , तो :  
 (A)  $A^{-1}$  का अस्तित्व है (B)  $|A| = 0$   
 (C)  $A^{-1}$  का अस्तित्व नहीं है (D) इनमें से कोई नहीं

85.  $\frac{d}{dx} \{ \sin^{-1}(3x-4x^3) \}; \dots = -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$   
 (A)  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$  (B)  $\frac{1}{\sqrt{1-(3x-4x^3)^2}}$   
 (C)  $\frac{3}{\sqrt{1-x^2}}$  (D)  $\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$

86.  $\frac{d}{dx} (\sin \sqrt{x}) =$   
 (A)  $\cos \sqrt{x}$  (B)  $\frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$   
 (C)  $\frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \cos \sqrt{x}$  (D)  $\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \cos \sqrt{x}$

87. यदि A और B दो घटनाएँ इस प्रकार हों कि :  
 $P(A) + P(B) - P(A \text{ और } B) = P(A)$  तो :  
 (A)  $P\left(\frac{B}{A}\right) = 1$  (B)  $P\left(\frac{B}{A}\right) = 0$   
 (C)  $P\left(\frac{A}{B}\right) = 1$  (D)  $P\left(\frac{A}{B}\right) = 0$

88.  $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} =$   
 (A)  $(a+b)(b+c)(c+a)$  (B)  $(a+b)(b-c)(c-a)$   
 (C)  $(a-b)(b-c)(c+a)$  (D)  $(a-b)(b-c)(c-a)$

89. यदि  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}| = 1$  तो  $|\vec{a} - \vec{b}|$  बराबर है :  
 (A) 1 (B)  $\sqrt{3}$  (C) 0 (D) None

90. यदि  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  कोई दो सदिश हों, तो  $(\vec{a} \times \vec{b})^2$  बराबर है :  
 (A)  $(\vec{a})^2 (\vec{b})^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$  (B)  $(\vec{a})^2 (\vec{b})^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$   
 (C)  $(\vec{a} \cdot \vec{b})^2$  (D)  $(\vec{a})^2 (\vec{b})^2$

91.  $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -1 \end{vmatrix} =$   
 (A) -18 (B) 15 (C) -15 (D) 18

92. यदि  $(a+b+c)$  धनात्मक हों और  $a, b, c$  सभी बराबर न हो, तो दी गयी सारणिक  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$  का मान होगा :

(A) धनात्मक (B) ऋणात्मक  
 (C) 0 (D) इनमें से कोई नहीं

93.  $\vec{k} \cdot \vec{i} =$   
 (A) 0 (B) 1 (C)  $\vec{k}$  (D)  $\vec{i}$

94. यदि  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$  तो  $\vec{a} \cdot \vec{b} = :$   
 (A) 1 (B) 20  
 (C) 30 (D) -30

95.  $\tan^{-1} \left( \cos^{-1} \frac{4}{5} + \tan^{-1} \frac{2}{3} \right)$  का मान है :  
 (A)  $\frac{6}{17}$  (B)  $\frac{7}{16}$  (C)  $\frac{17}{6}$  (D) कोई नहीं

96.  $\sin \left[ \frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left( -\frac{1}{2} \right) \right]$  के बराबर है :  
 (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D) 1

97. निम्नलिखित आव्यूहों में कौन  $3 \times 3$  क्रम में एकांक आव्यूह है ?  
 (A)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  (C)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

98. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ , तो निम्नांकित में कौन  $A'$  के समान है ?  
 (A)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 6 \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$  (C)  $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

99.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x \, dx = ?$   
 (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{\pi}{2}$

100.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx = ?$   
 (A) -1 (B) 1 (C)  $\frac{\pi}{2}$  (D) 0

**खण्ड - ब : गैर-वस्तुनिष्ठ प्रश्न**

**लघु उत्तरीय प्रश्न**

निर्देश : प्रश्न-संख्या 1 से 30 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। इनमें से केवल 15 प्रश्नों का उत्तर दें। 15 × 2 = 30

- यदि  $y = \sqrt{\sin x^2}$  तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात करें।
- समाकलन करें:  $\int (x+2)^2 \, dx$
- तलों  $x - 2y + 2z = 6$  और  $3x - 6y + 6z = 2$  के बीच की दूरी ज्ञात करें।

4. यदि रेखा AB का समीकरण  $\frac{3-x}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-5}{4}$  है तो रेखा AB के समान्तर का दिक्-अनुपात बताइए।

5. मान निकालें :  $\int \frac{\sin^2 x}{1+\cos x} dx$

6. यदि  $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$  तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

7. सिद्ध करें कि  $(5, -4, 2)$  और  $(2, 1, -3)$  एक-दूसरे पर लंब है।

8.  $\frac{dy}{dx}$  निकालें जब  $y = \frac{\sin^2 x}{\sqrt{\cos x}}$

9. कोई सरल रेखा  $x$  और  $y$ -अक्षों की धनात्मक दिशा के साथ क्रमशः  $45^\circ$  और  $60^\circ$  का कोण बनाती है। यह  $z$ -अक्ष की धनात्मक दिशा के साथ कितना कोण बनाएगी ?

10. यदि  $f: R \rightarrow R; f(x) = 3x + 2$  द्वारा परिभाषित है तो  $f(f(x))$  का मान निकालें।

11. मान ज्ञात करें :  $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$

12. मान निकालें :  $\sin\left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

13. सिद्ध करें कि :

$$\frac{9\pi}{8} - \frac{9}{4} \sin^{-1} \frac{1}{3} = \frac{9}{4} \sin^{-1} \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

14. मान निकालें  $A = \begin{bmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{bmatrix}$

15. यदि  $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$  तो जाँच कर दिखाएँ कि

$$A^2 - 5A - 14I = 0$$

16.  $x$  तथा  $y$  ज्ञात करें।

$$x + y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ तथा } x - y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

17.  $\frac{dy}{dx}$  निकालें :  $(\sin x)^{\sin x}$

18.  $\frac{dy}{dx}$  निकालें यदि  $y = \sin^3 x \cos^5 x$

19.  $\frac{dy}{dx}$  निकालें यदि  $x = a \cos \theta, y = b \sin \theta$

20.  $\frac{dy}{dx}$  निकालें :  $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$

21.  $\frac{dy}{dx}$  निकालें :  $y = \sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$

22. समाकलन करें :  $\int \frac{dx}{1+\sin x}$

23. सरल करें :  $\int \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2} dx$

24.  $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$  का मान निकालें।

25.  $\frac{dy}{dx} = (1+x^2)(1+y^2)$  का व्यापक हल निकालें।

26. अवकल समीकरण  $y\left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right) + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = 0$  की कोटि और घात ज्ञात करें।

27. सिद्ध करें कि सदिश  $\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$  और  $-2\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$  परस्पर लम्ब हैं।

28. सिद्ध करें कि :  $(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b}) = 2\vec{a} \times \vec{b}$

29. यदि  $P(A) = \frac{3}{5}, P(B) = \frac{1}{5}$  और  $A$  तथा  $B$  स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो  $P(A \cap B) = ?$

30. दो घटनाओं  $A$  एवं  $B$  की प्रायिकता 0.25 एवं 0.40 हैं।  $A$  एवं  $B$  दोनों के घटने की प्रायिकता 0.15 है। ना तो  $A$  ना ही  $B$  के घटने की प्रायिकता निकालें।

### दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

निर्देश : प्रश्न-संख्या 31 से 38 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न है। किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर दें।

$4 \times 5 = 20$

31. उस बिन्दु के नियामक ज्ञात करें जहाँ बिन्दुओं  $P(1, -2, 3)$  और  $Q(4, 7, 8)$  को मिलाने वाली सरल रेखा,  $xy = z$  तल को काटती है।

32. मान निकालें :  $\Delta = \begin{vmatrix} 1+a_1 & a_2 & a_3 \\ a_1 & 1+a_2 & a_3 \\ a_1 & a_2 & 1+a_3 \end{vmatrix}$

33. दर्शाइए :  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + C$

34. न्यूनतमीकरण करें :  $z = 200x + 500y$

जबकि  $x + 2y \geq 10$

$3x + 2y \leq 24$

$x \geq 0, y \geq 0$

35. यदि  $y = \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}\right]$  तो सिद्ध करें कि

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}$$

36. सिद्ध करें :  $\int_0^1 \log\left(\frac{1}{x}-1\right) dx = 0$

37. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

38. सदिशों  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$  और  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  के परिणामी के समांतर एक ऐसा सदिश ज्ञात करें जिसका परिणाम 5 इकाई है।



OMR ANSWER-SHEET

- |         |     |     |     |          |     |     |     |
|---------|-----|-----|-----|----------|-----|-----|-----|
| 1. (A)  | (B) | (C) | (D) | 51. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 2. (A)  | (B) | (C) | (D) | 52. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 3. (A)  | (B) | (C) | (D) | 53. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 4. (A)  | (B) | (C) | (D) | 54. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 5. (A)  | (B) | (C) | (D) | 55. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 6. (A)  | (B) | (C) | (D) | 56. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 7. (A)  | (B) | (C) | (D) | 57. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 8. (A)  | (B) | (C) | (D) | 58. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 9. (A)  | (B) | (C) | (D) | 59. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 10. (A) | (B) | (C) | (D) | 60. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 11. (A) | (B) | (C) | (D) | 61. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 12. (A) | (B) | (C) | (D) | 62. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 13. (A) | (B) | (C) | (D) | 63. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 14. (A) | (B) | (C) | (D) | 64. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 15. (A) | (B) | (C) | (D) | 65. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 16. (A) | (B) | (C) | (D) | 66. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 17. (A) | (B) | (C) | (D) | 67. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 18. (A) | (B) | (C) | (D) | 68. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 19. (A) | (B) | (C) | (D) | 69. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 20. (A) | (B) | (C) | (D) | 70. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 21. (A) | (B) | (C) | (D) | 71. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 22. (A) | (B) | (C) | (D) | 72. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 23. (A) | (B) | (C) | (D) | 73. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 24. (A) | (B) | (C) | (D) | 74. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 25. (A) | (B) | (C) | (D) | 75. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 26. (A) | (B) | (C) | (D) | 76. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 27. (A) | (B) | (C) | (D) | 77. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 28. (A) | (B) | (C) | (D) | 78. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 29. (A) | (B) | (C) | (D) | 79. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 30. (A) | (B) | (C) | (D) | 80. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 31. (A) | (B) | (C) | (D) | 81. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 32. (A) | (B) | (C) | (D) | 82. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 33. (A) | (B) | (C) | (D) | 83. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 34. (A) | (B) | (C) | (D) | 84. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 35. (A) | (B) | (C) | (D) | 85. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 36. (A) | (B) | (C) | (D) | 86. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 37. (A) | (B) | (C) | (D) | 87. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 38. (A) | (B) | (C) | (D) | 88. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 39. (A) | (B) | (C) | (D) | 89. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 40. (A) | (B) | (C) | (D) | 90. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 41. (A) | (B) | (C) | (D) | 91. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 42. (A) | (B) | (C) | (D) | 92. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 43. (A) | (B) | (C) | (D) | 93. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 44. (A) | (B) | (C) | (D) | 94. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 45. (A) | (B) | (C) | (D) | 95. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 46. (A) | (B) | (C) | (D) | 96. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 47. (A) | (B) | (C) | (D) | 97. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 48. (A) | (B) | (C) | (D) | 98. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 49. (A) | (B) | (C) | (D) | 99. (A)  | (B) | (C) | (D) |
| 50. (A) | (B) | (C) | (D) | 100. (A) | (B) | (C) | (D) |

ANSWER

- |         |         |         |         |          |
|---------|---------|---------|---------|----------|
| 1. (B)  | 2. (C)  | 3. (B)  | 4. (B)  | 5. (B)   |
| 6. (B)  | 7. (B)  | 8. (B)  | 9. (B)  | 10. (A)  |
| 11. (B) | 12. (B) | 13. (C) | 14. (A) | 15. (B)  |
| 16. (C) | 17. (D) | 18. (B) | 19. (C) | 20. (C)  |
| 21. (D) | 22. (C) | 23. (B) | 24. (A) | 25. (D)  |
| 26. (A) | 27. (B) | 28. (A) | 29. (A) | 30. (C)  |
| 31. (D) | 32. (A) | 33. (D) | 34. (C) | 35. (C)  |
| 36. (C) | 37. (B) | 38. (C) | 39. (D) | 40. (B)  |
| 41. (A) | 42. (B) | 43. (B) | 44. (B) | 45. (D)  |
| 46. (B) | 47. (B) | 48. (B) | 49. (D) | 50. (B)  |
| 51. (B) | 52. (D) | 53. (A) | 54. (B) | 55. (A)  |
| 56. (D) | 57. (B) | 58. (B) | 59. (C) | 60. (C)  |
| 61. (C) | 62. (C) | 63. (B) | 64. (D) | 65. (A)  |
| 66. (A) | 67. (A) | 68. (C) | 69. (B) | 70. (A)  |
| 71. (A) | 72. (A) | 73. (A) | 74. (B) | 75. (B)  |
| 76. (B) | 77. (B) | 78. (D) | 79. (B) | 80. (C)  |
| 81. (C) | 82. (D) | 83. (A) | 84. (A) | 85. (C)  |
| 86. (D) | 87. (C) | 88. (D) | 89. (B) | 90. (A)  |
| 91. (D) | 92. (B) | 93. (A) | 94. (A) | 95. (C)  |
| 96. (D) | 97. (B) | 98. (C) | 99. (B) | 100. (B) |

खण्ड - ब

1.  $y = \sqrt{\sin x^2} \Rightarrow y = (\sin x^2)^{\frac{1}{2}}$   
 $x$  के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}(\sin x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot \cos x^2 \cdot 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x \cdot \cos(x^2)}{\sqrt{\sin x^2}}; \text{ Ans.}$$

2.  $\int (x+2)^2 dx = \int (x^2 + 4x + 4) dx$   
 $= \frac{x^{2+1}}{2+1} + 4 \cdot \frac{x^{1+1}}{1+1} + 4 \cdot \frac{x^{0+1}}{0+1} + C$   
 $= \frac{x^3}{3} + 4 \cdot \frac{x^2}{2} + 4 \cdot \frac{x^2}{1} + C$   
 $= \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 4x + C; \text{ Ans.}$

3.  $P_1 = x - 2y + 2z - 6 = 0$   
 $\Rightarrow 3x - 6y + 6z - 18 = 0$   
 $P_2 = 3x - 6y + 6z - 2 = 0$   
 $a = 3, b = -6, c = 6; d_1 = -18, d_2 = -2$

$$\text{दूरी (distance)} = \frac{|d_2 - d_1|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|-2 + 18|}{\sqrt{9 + 36 + 36}} = \frac{|16|}{\sqrt{81}}$$

$$= \frac{|16|}{9} = \frac{16}{9} \text{ इकाई; Ans.}$$

4. रेखा AB दिया है,  $\frac{3-x}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-5}{4}$   
 $\Rightarrow \frac{-(x-3)}{1} = \frac{y-(-2)}{-2} = \frac{z-5}{4}$

$$\Rightarrow \frac{x-3}{-1} = \frac{y-(-2)}{-2} = \frac{z-5}{4}$$

रेखा AB के समान्तर रेखा का दिक्-अनुपात  
= -1, -2, 4, **Ans.**

$$5. \int \frac{\sin^2 x}{1+\cos x} dx = \int \frac{(1-\cos^2 x)}{(1+\cos x)} dx \quad (\because \sin^2 x = 1 - \cos^2 x)$$

$$= \int \frac{(1+\cos x)(1-\cos x)}{(1+\cos x)} dx = \int (1-\cos x) dx$$

$$= \int 1 dx - \int \cos x dx$$

$$= x - \sin x + c; \text{ **Ans.**}$$

$$6. \begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 3 \times 1 - x \times x = 3 \times 1 - 4 \times 2$$

$$\Rightarrow 3 - x^2 = 3 - 8$$

$$\Rightarrow -x^2 = -8$$

$$\Rightarrow x^2 = 8$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{8}$$

$$\Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}; \text{ **Ans.**}$$

$$7. \text{माना } \vec{a} = (5, -4, 2) = 5\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\text{और } \vec{b} = (2, 1, -3) = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$$

$$\text{अब } \vec{a} \cdot \vec{b} = (5\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}) \cdot (2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k})$$

$$= 5 \times 2 + (-4) \times 1 + 2 \times (-3)$$

$$= 10 - 4 - 6$$

$$= 10 - 10$$

$$= 0$$

अतः दिए गए सदिश परस्पर लंब हैं; **Proved.**

$$8. y = \frac{\sin^2 x}{\sqrt{\cos x}}$$

$$= \frac{1 - \cos^2 x}{\sqrt{\cos x}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\cos x}} - \cos^{3/2} x$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\cos x}} \times \sin x + \frac{3}{2} \times \sqrt{\cos x} \times \sin x$$

$$= \frac{\sin x}{2} \left( 3\sqrt{\cos x} - \frac{1}{\sqrt{\cos x}} \right)$$

$$= \frac{\sin x(3\cos x - 1)}{2\sqrt{\cos x}}; \text{ **Ans.**}$$

$$9. \cos^2 45^\circ + \cos^2 60^\circ + \cos^2 y = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cos^2 y = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 y = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{4-2-1}{4}$$

$$\Rightarrow \cos^2 y = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \cos y = \sqrt{\frac{1}{4}} = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{जब } \cos y = +\frac{1}{2}, \text{ तब } \cos y = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos y = \cos 60^\circ \Rightarrow \cos y = \cos 120^\circ$$

$$\therefore y = 60^\circ \quad \therefore y = 120^\circ; \text{ **Ans.**}$$

$$10. f(x) = 3x + 2$$

$$\therefore f[f(x)] = 3(3x + 2) + 2$$

$$= 9x + 6 + 2 = 9x + 8; \text{ **Ans.**}$$

$$11. \text{माना } \tan^{-1}(-\sqrt{3}) = \theta$$

$$\tan \theta = |-\sqrt{3}| = \sqrt{3}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} = \alpha \text{ [माना]}$$

$$\text{II. P.V.} = \pi - \alpha \quad \text{IV. P.V.} = -\alpha = \frac{-\pi}{3}$$

$$\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \quad = \frac{-\pi}{3}; \text{ **Ans. } \frac{-\pi}{3}**$$

$$12. \sin \left[ \frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left( -\frac{1}{2} \right) \right]$$

$$= \sin \left( \frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left( -\frac{\sin \pi}{6} \right) \right)$$

$$= \sin \left( \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \right) = \sin \frac{3\pi}{6} = \sin \frac{\pi}{2} = 1; \text{ **Ans.**}$$

$$13. \text{दिया है, } = \frac{9\pi}{8} - \frac{9}{4} \sin^{-1} \frac{1}{3} = \frac{9}{4} \sin^{-1} \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4} \left( \sin^{-1} \frac{2\sqrt{2}}{3} + \sin^{-1} \frac{1}{3} \right) = \frac{9\pi}{8}$$

$$\text{अब LHS} = \frac{9}{4} \left( \sin^{-1} \frac{2\sqrt{2}}{3} + \sin^{-1} \frac{1}{3} \right)$$

$$\text{चूँकि } \sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \sin^{-1} \left( x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} \right)$$

$$\therefore \text{L.H.S.} = \frac{9}{4} \sin^{-1} \left\{ \frac{2\sqrt{2}}{3} \sqrt{1-\frac{1}{9}} + \frac{1}{3} \sqrt{1-\frac{8}{9}} \right\}$$

$$= \frac{9}{4} \sin^{-1} \left( \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \right)$$

$$= \frac{9}{4} \sin^{-1} \left( \frac{8}{9} + \frac{1}{9} \right)$$

$$= \frac{9}{4} \sin^{-1}(1) = \frac{9}{4} \sin^{-1} \left( \sin \frac{\pi}{2} \right)$$

$$= \frac{9}{4} \times \frac{\pi}{2} = \frac{9\pi}{8} = \text{R.H.S. **Proved.**}$$



14. माना कि  $A = \begin{bmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{bmatrix}$

प्रयोग  $C_3 \rightarrow C_3 + C_2$

$$= \begin{bmatrix} 1 & bc & ab+ac+bc \\ 1 & ca & bc+ba+ca \\ 1 & ab & ca+cb+ab \end{bmatrix}$$

$C_3$  से  $ab + bc + ca$  लेने पर,

$$= (ab + bc + ca) \begin{bmatrix} 1 & bc & 1 \\ 1 & ca & 1 \\ 1 & ab & 1 \end{bmatrix}$$

चूँकि दोनों  $C_1$  और  $C_3$  में समान संख्या है।

अतः  $A = 0$

$\therefore (ab + bc + ca) \times 0 = 0$ , Ans.

15. प्रश्न से,

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29 & -25 \\ -20 & 24 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow -5A = \begin{bmatrix} -15 & 25 \\ 20 & 10 \end{bmatrix} - 14I = \begin{bmatrix} -14 & 0 \\ 0 & -14 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A^2 - 5A - 14I$$

$$= \begin{bmatrix} 29 & -25 \\ -20 & 24 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -15 & 25 \\ 20 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -14 & 0 \\ 0 & 14 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 0 \text{ proved.}$$

16.  $2x = (x+y) + (x-y) = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 2 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

पुनः  $2y = (x+y) - (x-y) = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

17. माना कि  $y = (\sin x)^{\sin x}$

$$\therefore \log y = \log (\sin x)^{\sin x}$$

$$\Rightarrow \log y = \sin x \cdot \log (\sin x)$$

दोनों तरफ  $x$  के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = \cos x \cdot \log (\sin x) + \sin x \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = (\sin x)^{\sin x} \cdot [\cos x \cdot \log (\sin x) + \cos x]$$

18.  $y = \sin^3 x \cdot \cos^5 x$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (\sin^3 x \cdot \cos^5 x)$$

$$= \sin^3 x \frac{d}{dx} \cos^5 x + \cos^5 x \frac{d}{dx} \sin^3 x$$

$$= \sin^3 x \frac{d(\cos x)^5}{dx} + \cos^5 x \frac{d(\sin x)^3}{dx}$$

$$= \sin^3 x \frac{d(\cos x)^5}{d(\cos x)} \times \frac{d \cos x}{dx} + \cos^5 x \frac{d(\sin x)^3}{d(\sin x)} \times \frac{d(\sin x)}{dx}$$

$$= \sin^3 x \cdot 5(\cos x)^{5-1} \times -\sin x + \cos^5 x \times 3(\sin x)^2 \times \cos x$$

$$= -5 \sin^4 x \cdot \cos^4 x + 3 \cos^6 x \cdot \sin^2 x \text{ Ans.}$$

19.  $\therefore x = a \cos \theta, y = b \sin \theta$

$$\therefore \frac{dx}{d\theta} = -a \sin \theta, \frac{dy}{d\theta} = b \cos \theta$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{b \cos \theta}{-a \sin \theta} = \frac{-b}{a} \cot \theta \text{ Proved.}$$

20.  $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$

diff w.r. to  $x$

$$\Rightarrow 2 \sin x \cdot \cos x + 2 \cos y \left( -\sin y \frac{dy}{dx} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2y \frac{dy}{dx} = \sin 2x$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\sin 2x}{\sin 2y}, \text{ Ans.}$$

21. माना  $x = \sin \theta$

... (i)

$$\therefore y = \sin^{-1} [2 \sin \theta \sqrt{1 - \sin^2 \theta}]$$

$$= \sin^{-1} [2 \sin \theta \cos \theta] = \sin^{-1} (\sin 2\theta)$$

$$= 2\theta = 2 \sin^{-1} x$$

[समी. (i) से]

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d(2 \sin^{-1} x)}{dx} = \frac{2}{\sqrt{1-x^2}}, \text{ Ans.}$$

22.  $\int \frac{dx}{1+\sin x} = \int \frac{dx}{1+\sin x} \times \frac{1-\sin x}{1-\sin x} = \int \frac{(1-\sin x) dx}{1-\sin^2 x}$

$$= \int \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} dx = \int \left( \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{\sin x}{\cos x} \right) dx$$

$$= \int (\sec^2 x - \tan x \sec x) dx$$

$$= \int \sec^2 x dx - \int \tan x \sec x dx = \tan x - \sec x + c$$

23. माना  $I = \int \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2} dx$

$\tan^{-1} x = t$  लेने पर,

$$\frac{1}{1+x^2} dx = dt$$

$$\therefore I = \int e^t dt = e^t + C = e^{\tan^{-1} x} + C$$

24. माना  $I = \int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} (\cos 2x + 1) dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \cos 2x dx + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} dx$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin 2x}{2} \right]_0^{\pi/2} + \frac{1}{2} [x]_0^{\pi/2}$$

$$= \frac{1}{4} (0-0) + \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} - 0 \right) = \frac{\pi}{4}, \text{ Ans.}$$

25. यहाँ  $\frac{dy}{dx} = (1+x^2)(1+y^2)$

$$\frac{dy}{1+y^2} = (1+x^2) dx$$

$$\Rightarrow \int \frac{dy}{1+y^2} = \int (1+x^2) dx$$

समाकलन करने पर,  $\tan^{-1}y = x + \frac{x^3}{3} + C$

यही अभीष्ट हल है, **Ans.**

26. इस अवकल समीकरण में उपस्थित उच्चतम कोटि अवकलज  $\frac{d^2y}{dx^2}$

है इसलिए इसकी कोटि 2 है। यह  $\frac{dy}{dx}$  और  $\frac{d^2y}{dx^2}$  में बहुपद

समीकरण हैं और  $\frac{d^2y}{dx^2}$  की अधिकतम घातांक 1 है इसलिए इस अवकल समीकरण की घात 1 है।

27. माना  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$  तथा  $\vec{b} = -2\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$

$$\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = (\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}) \cdot (-2\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k})$$

$$= -2 - 8 + 10 = 0$$

$\theta = 90^\circ$  अतः लम्ब है।

28. LHS =  $(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b})$

$$= \vec{a} \times \vec{a} + \vec{a} \times \vec{b} - \vec{b} \times \vec{a} - \vec{b} \times \vec{b}$$

$$= 0 + \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{b} + 0$$

$$= 2(\vec{a} \times \vec{b}) = \text{RHS, proved.}$$

29. यहाँ  $P(A) = \frac{3}{5}$  तथा  $P(B) = \frac{1}{5}$  चूँकि A तथा B स्वतंत्र घटनाएँ हैं।

$$\therefore P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{25}, \text{Ans.}$$

30.  $P(A) = 0.25 = \frac{25}{100}$

$$P(B) = 0.40 = \frac{40}{100}$$

$$\text{and } P(A \cap B) = 0.15 = \frac{15}{100}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{25}{100} + \frac{40}{100} - \frac{15}{100}$$

$$= \frac{50}{100} = 0.50$$

$$P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B}) \quad [\text{मार्गन law से}]$$

$$= 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - 0.50 = 0.50, \text{Ans.}$$

31.  $P(1, -2, 3)$  और  $Q(4, 7, 8)$

$$\vec{r} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} + \lambda \{ (4-1)\vec{i} + (7+2)\vec{j} + (8-3)\vec{k} \}$$

$$\vec{r} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} + \lambda (3\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k})$$

PQ cuts the xy Plane and 'O' be the point where the line PQ cuts the XY plane.

'O' is of the form

$$x\vec{i} + y\vec{j} = (1+3\lambda)\vec{i} + (a\lambda - 2)\vec{j} + (3+5\lambda)\vec{k}$$

$$\text{equating } i, j \text{ and } k, x = 1 + 3\lambda, y = a\lambda - 2, z = 3 + 5\lambda$$

$$(\because z = 0)$$

$$x = -\frac{4}{5} \text{ और } y = -\frac{37}{5}$$

$$\text{नियामक} = \left( -\frac{4}{5}, -\frac{37}{5}, 0 \right)$$

32.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1+a_1 & a_2 & a_3 \\ a_1 & 1+a_2 & a_3 \\ a_1 & a_2 & 1+a_3 \end{vmatrix}$$

$C_1 \rightarrow C_1 + C_2 + C_3$  लागू करने पर,

$$\begin{vmatrix} 1+a_1+a_2+a_3 & a_2 & a_3 \\ 1+a_1+a_2+a_3 & 1+a_2 & a_3 \\ 1+a_1+a_2+a_3 & a_2 & 1+a_3 \end{vmatrix}$$

$$= (1+a_1+a_2+a_3) \begin{vmatrix} 1 & a_2 & a_3 \\ 1 & 1+a_2 & a_3 \\ 1 & a_2 & 1+a_3 \end{vmatrix}$$

$$R_2 \rightarrow R_2 - R_1 \text{ तथा } R_3 \rightarrow R_3 - R_1$$

$$(1+a_1+a_2+a_3) \begin{vmatrix} 1 & a_2 & a_3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (1+a_1+a_2+a_3) \{ 1(1-0) - a_2(0-0) + a_3(0-0) \}$$

$$= (1+a_1+a_2+a_3) \text{Ans.}$$

33. माना

$$I = \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

माना

$$x = a \sin \theta \therefore dx = a \cos \theta d\theta$$

तथा

$$\sqrt{a^2 - x^2} = a^2 (1 - \sin^2 \theta)$$

$$= a^2 \cos^2 \theta, \quad [\because a^2 - x^2 = a^2 \cos^2 \theta]$$

$\therefore$

$$I = \int \frac{a \cos \theta d\theta}{a \cos \theta}$$

$$= \int d\theta = \theta + C$$

$$\left[ \because x = a \sin \theta \right. \\ \left. \Rightarrow \sin \theta = \frac{x}{a} \therefore \theta = \sin^{-1} \left( \frac{x}{a} \right) \right]$$

$$= \sin^{-1} \left( \frac{x}{a} \right) + C, \text{Proved.}$$

34.

$x \geq 0, y \geq 0$  का अर्थ है कि सुसंगत क्षेत्र प्रथम पाद में होगा। असमीकरणों का समीकरण बनाने पर,

$$x + 2y = 10 \quad \dots (i)$$

$$\text{तथा } 3x + 4y = 24 \quad \dots (ii)$$

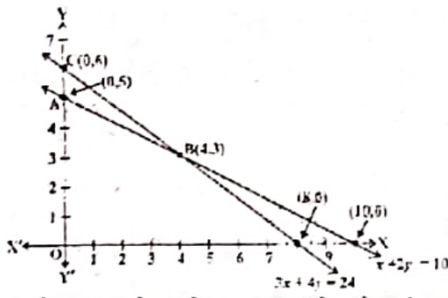
$$(i) \text{ से, } \frac{x}{10} + \frac{2y}{10} = 1 \Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{5} = 1$$

$$(ii) \text{ से, } \frac{3x}{24} + \frac{4y}{24} = 1 \Rightarrow \frac{x}{8} + \frac{y}{6} = 1$$

स्पष्ट रेखा (i) x, y अक्षों पर क्रमशः 10 तथा 5 तथा रेखा (ii) 8 तथा 6 अंतरखण्ड काटती है।



∴ रेखा (i) x तथा y-अक्षों को क्रमशः (10, 0) तथा (0, 5) मिला →  
(ii) x-अक्षों (8, 0) तथा y-अक्षों (0, 6) पर काटती है। यहाँ (x, y) = (0, 0) असमीकरण  $x + 2y \geq 10$  को संतुष्ट नहीं



करता इसलिए यह क्षेत्र संगत रेखा के ऊपर का क्षेत्र है क्योंकि इस पार्श्व में मूल-बिन्दु भरी है।

फिर चूँकि  $(x, 0) = (0, 0)$  असमीकरण  $3x + 4y \leq 24$  को संतुष्ट करता है उसकी यह क्षेत्र संगत रेखा के नीचे है क्योंकि इस पार्श्व में मूल बिन्दु है। अतः सुसंगत क्षेत्र ABCA है जो कि छायांकित है।

समी. (i) समी. - (ii) से,

$$3x + 6y - 3x - 4y = 30 - 24$$

$$\Rightarrow 2y = 6 \Rightarrow y = 3, y \text{ का मान (i) रखने पर,}$$

$$x = 10 - 6 = 4$$

अतः शीर्ष बिन्दु B के नियामक (4, 3) है। इसलिए सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष A (0, 5), B (4, 3) तथा C (0, 6) है। अब इन बिन्दुओं (कोनों) पर उद्देश्य फलन  $z = 200x + 500y$  का मान ज्ञात करते हैं। इन्हीं में से किसी पर उद्देश्य फलन न्यूनतम होगा।

$$\text{अब } A(0, 5) \text{ पर, } z = 200 \times 0 + 500 \times 5 = 2500$$

$$B(4, 3) \text{ पर, } z = 200 \times 4 + 500 \times 3 = 800 + 1500 = 2300$$

$$C(0, 6) \text{ पर, } z = 200 \times 0 + 500 \times 6 = 3000$$

हम पाते हैं कि बिन्दु (4, 3) पर  $z$  का न्यूनतम मान 2300 प्राप्त होता है।

35.

$$\text{LHS } y = \tan^{-1} \left[ \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} \right]$$

$x = \cos \theta$  रखने पर,

$$= \tan^{-1} \left[ \frac{\sqrt{1+\cos \theta} - \sqrt{1-\cos \theta}}{\sqrt{1+\cos \theta} + \sqrt{1-\cos \theta}} \right]$$

$$= \tan^{-1} \left( \frac{\cos \frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2} + \sin \frac{\theta}{2}} \right)$$

$$= \tan^{-1} \left( \frac{1 - \tan \frac{\theta}{2}}{1 + \tan \frac{\theta}{2}} \right)$$

$$= \tan^{-1} \left\{ \tan \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2} \right) \right\} = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{4} - \frac{\cos^{-1} x}{2}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = - \left( - \frac{1}{4\sqrt{1-x^2}} \right) = \frac{1}{4\sqrt{1-x^2}} = \text{RHS; Proved}$$

36.

$$\text{माना } I = \int_0^1 \log \left( \frac{1}{x} - 1 \right) dx = \int_0^1 \log \left( \frac{1-x}{x} \right) dx \dots \text{(i)}$$

$$= \int_0^1 \log \left( \frac{1-(1-x)}{1-x} \right) dx = \int_0^1 \log \left( \frac{x}{1-x} \right) dx \dots \text{(ii)}$$

समी. (i) और (ii) को जोड़ने पर,

$$2I = \int_0^1 \log \left( \frac{1-x}{x} \times \frac{x}{1-x} \right) dx$$

$$(\because \log m + \log n = \log mn)$$

$$= \int_0^1 \log 1 dx = 0 \text{ or, } I = 0$$

37.

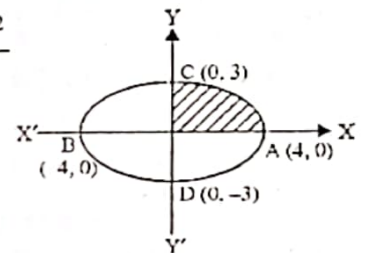
यहाँ  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  एक दीर्घवृत्त का समीकरण है। यह दोनों अक्षों के सापेक्ष सम्मिलित है क्योंकि समीकरण में  $x$  तथा  $y$  की घात सम है।

प्रश्न से, दीर्घवृत्त का समीकरण  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

$$\therefore \frac{y^2}{9} = 1 - \frac{x^2}{16} = \frac{16-x^2}{16}$$

$$\therefore y^2 = \frac{9}{16}(16-x^2)$$

$$\therefore y = \frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$$



अब, दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  का क्षेत्रफल

$$= 4 \times \text{क्षेत्र } AOCA \text{ का क्षेत्रफल} = 4 \int_0^4 y dx$$

$$= 4 \int_0^4 \frac{3}{4} \times \sqrt{16-x^2} dx = 3 \int_0^4 \sqrt{(4)^2 - x^2} dx$$

$$= 3 \left[ \frac{x\sqrt{16-x^2}}{2} + \frac{16}{2} \sin^{-1} \frac{x}{4} \right]_0^4 \text{ (सूत्र से)}$$

$$= 3 \left[ \left( 0 + 8 \sin^{-1} \frac{4}{4} \right) - 0 \right] = 24 \sin^{-1} 1$$

$$= 24 \times \frac{\pi}{2} = 12\pi \text{ वर्ग इकाई, Ans.}$$

38.

$$\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k} \text{ तथा } \vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) + (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) = 3\hat{i} + \hat{j}$$

$$\therefore |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(3)^2 + (1)^2} = \sqrt{10}$$

$(\vec{a} + \vec{b})$  के अनुदिश वह सदिश जिसका परिमाण 5 है।

$$\frac{5 \cdot (\vec{a} + \vec{b})}{|\vec{a} + \vec{b}|} = \frac{5(3\hat{i} + \hat{j})}{\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{10} (3\hat{i} + \hat{j})$$

$$= \frac{3\sqrt{10}}{2} \hat{i} + \frac{\sqrt{10}}{2} \hat{j}, \text{ Ans.}$$

□ □ □