MODEL PAPER – 3

समय : 3 घंटे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

परीक्षार्थी के लिए निर्देश :

1. परीक्षार्थी यथासंभव अपने शब्दों में ही उत्तर दें।
2. दाहिनी ओर हाशिये पर दिए हुए अंक पूर्णांक निर्दिष्ट करते है।
3. इस प्रश्न-पत्र को ध्यानपूर्वक पढ़ने के लिए 15 मिनट का अतिरिक्त समय दिया गया है।
4. यह प्रश्न-पत्र दो खण्डों में है—खण्ड-अ एवं खण्ड-ब।
5. खण्ड-अ में 100 वस्तुनिष्ठ प्रश्न है, इनमें से केवल 50 वस्तुनिष्ठ प्रश्न का उत्तर देना है। (प्रत्येक के लिए 1 अंक निर्धारित है), इनका उत्तर उपलब्ध कराये गये OMR Answer Sheet में दिए गए सही वृत्त को काले/नीले बॉल पेन से भरें। किसी भी प्रकार के व्हाइटनर/तरल पदार्थ/ब्लेड/नाखून आदि का उत्तर पत्रिका में प्रयोग करना मना है, अथवा परीक्षा परिणाम अमान्य होगा।
6. खण्ड-ब में 30 लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। (प्रत्येक के लिए 2 अंक निर्धारित है), जिनमें से किसी 15 प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है। इनके अतिरिक्त इस खण्ड में 8 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिए गए हैं। (प्रत्येक के लिए 5 अंक निर्धारित है।) जिनमें से किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर देना है।
7. किसी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरण का प्रयोग पूर्णतया वर्जित है।

खण्ड – अ : वस्तुनिष्ठ प्रश्न

निर्देश : प्रश्न-संख्या 1 से 100 में से केवल 50 वस्तुनिष्ठ प्रश्नों का चयन करें। चुने गए प्रश्न के सही विकल्प को चिह्नित कर OMR Answer-Sheet में रंजित करें। $50 \times 1 = 50$

1. $(\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k})\times(-\vec{i}+3\vec{k}) =$

(A) $9\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$ (B) $9\vec{i}+\vec{j}-3\vec{k}$

(C) $\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$ (D) $\vec{i}+\vec{j}-3\vec{k}$

2. यदि रेखा $\frac{x-x_1}{a_1}=\frac{y-y_1}{b_1}=\frac{z-z_1}{c_1}$, तल $a_2x+b_2y+c_2z+d=0$ के समांतर हो तो :

(A) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ (B) $a_1x+b_1y+c_1z=0$

(C) $a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0$ (D) इनमें से कोई नहीं

3. यदि $A=\begin{bmatrix}3 & -5\\ -1 & 2\end{bmatrix}$ तो adjoint A =

(A) $\begin{bmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 5\end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & 5\end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix}2 & 1\\ 5 & 3\end{bmatrix}$

4. $\begin{vmatrix}3 & -4 & 5\\ 1 & 1 & -2\\ 2 & 3 & 1\end{vmatrix} =$

(A) 0 (B) 46 (C) –46 (D) 1

5. यदि $y=\tan^{-1}\left(\frac{1-\cos x}{\sin x}\right)$ तब $\frac{dy}{dx} =$

(A) 1 (B) –1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$

6. $\int \frac{x^4+1}{x^2+1}dx =$

(A) $\frac{x^3}{3}+c$ (B) $\frac{x^3}{3}-x+2\tan^{-1}x+c$

(C) $2\tan^{-1}x+c$ (D) $\frac{x^3}{3}+x+2\tan^{-1}x+c$

7. $\text{cosec}^{-1}x =$ ..... ; $x \geq 1$ or ≤ -1

(A) $\sin^{-1}x$ (B) $\sin^{-1}\frac{1}{x}$ (C) $\cos^{-1}x$ (D) $\cos^{-1}\frac{1}{x}$

8. यदि $A=\begin{bmatrix}3 & 6\\ -5 & 4\end{bmatrix}$ और $B=\begin{bmatrix}7 & 8\\ 5 & 6\end{bmatrix}$ तो $6A-5B =$

(A) $\begin{bmatrix}17 & 4\\ 5 & 54\end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix}17 & -4\\ 5 & 54\end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix}-17 & -4\\ -55 & -6\end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix}17 & -4\\ -55 & -54\end{bmatrix}$

9. $\begin{vmatrix}1 & 1 & -2\\ 2 & 1 & -3\\ 5 & 4 & -9\end{vmatrix} =$

(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) –1

10. $x \in R, \cot^{-1}x =$

(A) $\frac{\pi}{2}-\sin^{-1}x$ (B) $\frac{\pi}{2}-\cos^{-1}x$

(C) $\frac{\pi}{2}-\tan^{-1}x$ (D) $\frac{\pi}{2}-\sec^{-1}x$

11. $[-1]\ [1\ \ -1] =$

(A) [0] (B) [–1 1] (C) $\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}$ (D) [2 –2]

12. यदि $x = a\cos^2\theta, y = b\sin^2\theta$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान है :

(A) $\frac{b}{a}$ (B) $-\frac{b}{a}$

(C) $\frac{b}{a}\sin 2\theta$ (D) $\frac{-b}{a}\tan^2\theta$

13. $(\vec{j}-2\vec{i}).(k+3\vec{i}-\vec{j})=$

(A) 0 (B) −6 (C) −7 (D) 8

14. यदि $A=\{1,2\}, B=\{a,b,c\}$ तो A से B में फलनों की कुल संख्या है :

(A) 9 (B) 12

(C) 64 (D) इनमें से कोई नहीं

15. अवकल समीकरण $x^2dx+y^2dy=0$ का हल है :

(A) $x^3+y^3=k$ (B) $x^2+y^2=k$

(C) $x^2-y^2=k$ (D) $x^3-y^3=k$

16. $(3\vec{i}-4\vec{k})^2=$

(A) 1 (B) 25 (C) 7 (D) 49

17. $\int \frac{dx}{x^2+5}=$

(A) $\tan^{-1}\frac{x}{5}+k$ (B) $\tan^{-1}\frac{x}{\sqrt{5}}+k$

(C) $\frac{1}{\sqrt{5}}\tan^{-1}\frac{x}{\sqrt{5}}+k$ (D) $\sqrt{5}\tan^{-1}\frac{x}{\sqrt{5}}+k$

18. $\int \frac{x+2}{x^2-4}dx=$

(A) $\log|x+2|+k$ (B) $\log|x^2-4|+k$

(C) $\log|x-2|+k$ (D) $\log\left|\frac{x+2}{x-2}\right|+k$

19. $\frac{d}{dx}\left(x^3+e^x\right)=$

(A) $3x^2$ (B) $3x^2+3e^x$

(C) $3x^2+e^x$ (D) $3x^2e^x$

20. $\begin{vmatrix}1&2&-1\\5&4&1\\7&6&1\end{vmatrix}=$

(A) 0 (B) 1 (C) −1 (D) 12

21. तल $x+2y-3z+15=0$ के अभिलम्ब के दिक् अनुपात है :

(A) 1, 2, 3 (B) 1, −2, 3

(C) 1, 2, −3 (D) 1, 2, 15

22. व्यवरोधों $x+y\le 25, \begin{matrix}x\ge 0\\y\ge 0\end{matrix}$ के अंतर्गत $z=6x+3y$ का अधिकतम मान है :

(A) 150 (B) 225

(C) 425 (D) इनमें से कोई नहीं

23. $P(A)=\frac{7}{11}, P(B)=\frac{9}{11}, P(A\cap B)=\frac{4}{11}\Rightarrow P(A/B)=$

(A) $\frac{7}{9}$ (B) $\frac{4}{9}$ (C) 1 (D) $\frac{13}{22}$

24. $\sin x$ के $\log x$ का सापेक्ष अवकल है :

(A) $\frac{x}{\cos x}$ (B) $\frac{\cos x}{x}$ (C) $x\cos x$ (D) $x^2\cos x$

25. यदि $y=\tan^{-1}\sqrt{x}$ तो $\frac{-dy}{dx}=$

(A) $\frac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$ (B) $\frac{1}{x(1+x)}$

(C) $\frac{1}{x^2(1+x)}$ (D) $\frac{1}{2\sqrt{x}(1+x)}$

26. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}=e^{x+y}$ का हल है :

(A) $e^x+e^{-y}+k=0$ (B) $e^{2x}=ke^y$

(C) $e^x=ke^{2y}$ (D) $e^x=ke^y$

27. किसी सरल रेखा के दिक्अनुपात 1, 3, 5 हैं, तो रेखा की दिक्कोज्याएँ है :

(A) $\frac{1}{\sqrt{35}},\frac{3}{\sqrt{35}},\frac{5}{\sqrt{35}}$ (B) $\frac{1}{9},\frac{1}{3},\frac{5}{9}$

(C) $\frac{5}{\sqrt{35}},\frac{3}{\sqrt{35}},\frac{1}{\sqrt{35}}$ (D) None

28. यदि $P(A)=\frac{2}{5}, P(B)=\frac{3}{5}, P(A\cup B)=\frac{3}{4}$ तो $P\left(\frac{A}{B}\right)=$

(A) $\frac{5}{12}$ (B) $\frac{5}{8}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{5}{7}$

29. यदि A' तथा B' स्वतंत्र घटनाएँ हो तो—

(A) $P(A'B')=P(A)\cdot P(B)$ (B) $P(A'B')=P(A')+P(B')$

(C) $P(A'B')=P(A')\cdot P(B')$ (D) $P(A'B')=P(A')-P(B')$

30. फलन $f(x)=\sqrt{(x-1)(3-x)}$ का परास है :

(A) [1, 3] (B) (0, 1)

(C) (−2, 2) (D) इनमें से कोई नहीं

31. $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{2}+\cos^{-1}\frac{1}{2}\right)=$

(A) 0 (B) −1 (C) 1 (D) $\frac{1}{2}$

32. $\cos^{-1}\left(\cos\frac{8\pi}{5}\right)=$

(A) $\frac{8\pi}{5}$ (B) $\frac{12\pi}{5}$ (C) $\frac{2\pi}{5}$ (D) $\frac{4\pi}{5}$

33. यदि $A=\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}$ तथा $I=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$ तो $AI=$

(A) $\begin{bmatrix}2&2\\3&5\end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix}1&0\\0&4\end{bmatrix}$ (D) कोई नहीं

34. $\int(x+2)\,dx=$

(A) $(x+2)^3+k$ (B) $\frac{x^2}{2}+k$

(C) $\frac{x^2}{2}+2x+k$ (D) $\log(x+2)+k$

35. $\int_0^{\pi/2}\frac{\cos\theta}{\cos\theta+\sin\theta}d\theta=$

(A) π (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

36. $f : A \to B$ आच्छादक फलन होगा, यदि :
(A) $f(A) \subset B$ (B) $f(A) = B$
(C) $f(A) \supset B$ (D) $f(A) \neq B$

37. $\frac{d}{dx}$ $(\sec^{-1}x + \text{cosec}^{-1}x)$ का मान क्या है :
(A) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (B) $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
(C) $\frac{1}{2}\sqrt{1-x^2}$ (D) 0

38. $\int \frac{dx}{x^2+16} = ?$
(A) $\frac{1}{16}\tan^{-1}\frac{x}{16}+k$ (B) $\frac{1}{4}\tan^{-1}\frac{x}{4}+k$
(C) $\frac{1}{4}\tan^{-1}\frac{4}{x}+k$ (D) $\frac{1}{4}\tan^{-1}\frac{16}{x^2}+k$

39. यदि a, b, c समांतर श्रेणी में हो तो सारणिक $\begin{bmatrix} x+1 & x+2 & x+a \\ x+2 & x+3 & x+b \\ x+3 & x+4 & x+c \end{bmatrix}$ का मान होगा :
(A) 0 (B) 3
(C) –3 (D) इनमें से कोई नहीं

40. यदि $\omega \neq 1, \omega^3 = 1$ तथा $\begin{vmatrix} x+1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & x+\omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & x+\omega \end{vmatrix} = 0$ तो $x =$
(A) 0 (B) ω
(C) ω^2 (D) इनमें से कोई नहीं

41. $[\vec{x}\ \vec{y}\ \vec{z}] =$
(A) $[\vec{z}\ \vec{y}\ \vec{x}]$ (B) $[\vec{y}\ \vec{x}\ \vec{z}]$
(C) $[\vec{x}\ \vec{z}\ \vec{y}]$ (D) $[\vec{z}\ \vec{x}\ \vec{y}]$

42. $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+2\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मान है :
(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{6}$

43. $\tan^{-1}(1) + \cot^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+\cot^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ का मान है :
(A) 0 (B) 1 (C) π (D) $-\pi$

44. x का मान होगा जबकि $\begin{vmatrix} x & 15 \\ 4 & 4 \end{vmatrix} = 0$ है—
(A) 15 (B) –15 (C) 4 (D) $4x$

45. $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = ?$
(A) $-\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $-\frac{\pi}{2}$

46. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$ का व्यापक हल है :
(A) $e^x + e^{-y} = K$ (B) $e^x + e^y = K$
(C) $e^{-x} + e^y = K$ (D) $e^{-x} + e^{-y} = K$

47. यदि $P(A) = \frac{3}{8}, P(B) = \frac{1}{2}$ और $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ तो $P\left(\frac{B}{A}\right) =$
(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{5}{8}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{5}{3}$

48. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} =$
(A) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

49. $\frac{d}{dx}(2\tan^{-1}x) =$
(A) $\frac{1}{1+x^2}$ (B) $\frac{2}{1+x^2}$
(C) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{(1+x^2)}$ (D) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{(1-x^2)}$

50. $\frac{d}{dx}(e^{x^3}) =$
(A) e^{x^3} (B) $3x^2e^{x^3}$
(C) $3x^2e^{x^2}$ (D) $3x^2e^{x^3}$

51. यदि A और B दो घटनाएँ इस प्रकार हों कि $P(A) \neq 0$ और $P\left(\frac{B}{A}\right) = 1$, तो
(A) $B \subset A$ (B) $B = \phi$ (C) $A \subset B$ (D) $A \cap B = \phi$

52. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix} =$
(A) 40 (B) 0 (C) 3 (D) 25

53. $\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}$ एकतलीय होंगे, यदि :
(A) $(\vec{a}.\vec{b})\vec{c} = 0$ (B) $\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = 0$
(C) $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) = 0$ (D) $\vec{a}.(\vec{b}+\vec{c}) = 0$

54. सदिशों $2\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k}$ एवं $\vec{i}+4\vec{j}+5\vec{k}$ के बीच का कोण है :
(A) 30° (B) 90° (C) 45° (D) 60°

55. y-अक्ष की दिक्कोज्याएँ होती है :
(A) (0, 0, 0) (B) (1, 0, 0)
(C) (0, 1, 0) (D) (0, 0, 1)

56. समुच्चय $A = \{1, 2, 3\}$; के कुल कितने भिन्न संबंध परिभाषित किए जा सकते है ?
(A) 2^9 (B) 2^3 (C) 9 (D) 2^6

57. $\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{1}{4} = \ldots\ldots$
(A) $\tan^{-1}\frac{3}{2}$ (B) $\tan^{-1}\frac{6}{7}$ (C) $\tan^{-1}\frac{5}{6}$ (D) $\tan^{-1}\frac{1}{2}$

58. $\sin^{-1}\left(\sin\frac{7\pi}{6}\right)=$

(A) $\frac{7\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{-\pi}{6}$ (D) $\frac{5\pi}{6}$

59. $(\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k})\cdot(2\vec{i}+3\vec{j}+4\vec{k})=$

(A) 14 (B) 16 (C) 18 (D) 20

60. यदि $y=x^3$, तो $\frac{d^2y}{dx^2}=$

(A) $3x^2$ (B) $6x$ (C) 6 (D) 0

61. यदि $y=\sec(\tan^{-1}x)$ हो, तो $\frac{dy}{dx}=$

(A) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ (B) $-\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

(C) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ (D) इनमें से कोई नहीं

62. $\int\frac{(1+\log x)^2}{x}dx=$

(A) $\frac{1}{3}(1+\log x)^3+c$ (B) $\frac{1}{2}(1+\log x)^2+c$

(C) $\log(\log\sqrt{1+x})+c$ (D) इनमें से कोई नहीं

63. $\int\frac{(\tan^{-1}x)^2}{1+x^2}dx=$

(A) 1 (B) $\frac{\pi^3}{64}$

(C) $\frac{\pi^2}{192}$ (D) इनमें से कोई नहीं

64. यदि l, m, n एक सरल रेखा की दिक्कोज्याएँ हैं, तो :

(A) $l^2+m^2-n^2=1$ (B) $l^2-m^2+n^2=1$

(C) $l^2-m^2-n^2-1$ (D) $l^2+m^2+n^2=1$

65. यदि $A=\begin{bmatrix}\alpha & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}B=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 5 & 1\end{bmatrix}$, जहाँ $A^2=B$, तो α का मान है :

(A) 1 (B) -1

(C) 4 (D) α का वास्तविक मान नहीं

66. यदि $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(B)=0$, तब $P(A/B)$ है :

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$

(C) 1 (D) परिभाषित नहीं

67. यदि $P(A)=\frac{6}{11}$, $P(B)=\frac{5}{11}$, $P(A\cup B)=\frac{7}{11}$, तो $P(A\cap B)=?$

(A) $\frac{4}{11}$ (B) $\frac{5}{11}$ (C) $\frac{7}{11}$ (D) $\frac{9}{11}$

68. $\int_2^4\frac{dx}{x}$

(A) log 2 (B) log 4

(C) $-\log 2$ (D) $-\log 4$

69. $\int\frac{dx}{x+\sqrt{x}}dx$

(A) $\log x+\log(1+\sqrt{x})+C$ (B) $2\log(1+\sqrt{x})+C$

(C) $\log(1+\sqrt{x})+C$ (D) $\log\sqrt{x}+C$

70. $\begin{vmatrix}1 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 4\\ 3 & 5 & 6\end{vmatrix}=$.....?

(A) 5 (B) 7 (C) 0 (D) 9

71. यदि $\begin{vmatrix}x & 5\\ 5 & x\end{vmatrix}=0$ तो $x=$

(A) ±5 (B) 6 (C) 0 (4) 4

72. $\frac{d}{dx}\cdot(\tan kx)=$

(A) $\sec^2 kx$ (B) $k\sec^2 x$

(C) $\frac{\sec^2 kx}{k}$ (D) $k\sec^2 kx$

73. $\frac{d}{dx}(e^{x-a})=$

(A) e^{x-a} (B) $(x-a)e^{x-a}$

(C) e^x (D) $-e^{x-a}$

74. मान लीजिए कि समुच्चय N में $R=\{(a,b):a=b-2, b>6\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R है। निम्नलिखित में से सही उत्तर है :

(A) $(6,8)\in R$ (B) $(2,4)\in R$

(C) $(3,8)\in R$ (D) $(8,7)\in R$

75. यदि $f(x)=(x^2-1)$ और $g(x)=(2x+3)$ तो $(g\ of)(x)=?$

(A) $(2x^2+1)$ (B) $(2x^2+3)$

(C) $(3x^2+2)$ (D) इनमें से कोई नहीं

76. $\sin^{-1}(-x)=$

(A) $\frac{\pi}{2}-\sin^{-1}x$ (B) $\sin^{-1}x$

(C) $-\sin^{-1}x$ (D) $\frac{\pi}{2}+\sin^{-1}x$

77. $\cot^{-1}\frac{1}{x}=$ ....., $(x>0)$

(A) $-\cot^{-1}x$ (B) $\tan^{-1}\frac{1}{x}$

(C) $\tan^{-1}x$ (D) $\cot^{-1}x$

78. यदि $y=\tan^{-1}\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$, तो $\frac{dy}{dx}=$

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{-1}{2}$

(C) $\frac{1}{1+\tan^2\frac{x}{2}}$ (D) $\frac{1}{1+x^2}$

79. यदि $y + x = \sin(y + x)$, तो $\frac{dy}{dx} =$

(A) $\frac{1-\cos(y+x)}{1+\cos(y+x)}$ (B) 1

(C) -1 (D) 0

80. $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \times \vec{b}$

(A) 0 (B) +2 (C) 1 (D) -1

81. $\sin^{-1}\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ का मुख्य मान है :

(A) $\frac{2\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{-\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

82. यदि $y = x^5$ तो $\frac{dy}{dx} =$ .....

(A) $5x$ (B) $6x$ (C) $5x^4$ (D) $5x^2$

83. यदि $y = \tan^2 x$, तो $\frac{dy}{dx} =$

(A) $\sec^2 x$ (B) $\sec^4 x$

(C) $2 \tan x \sec x$ (D) $2 \tan x \sec^2 x$

84. 0 का x के सापेक्ष समाकलन होता है :

(A) 0 (B) k (C) $x + k$ (D) $x^2 + k$

85. $\int \frac{dx}{1-\sin x} =$

(A) $\tan x - \sec x + k$ (B) $\tan x + \sec x + k$

(C) $\tan^2 x + \sec^2 x + k$ (D) $2(\tan x - \sec x) + k$

86. $\bar{a} \cdot \bar{a} =$

(A) 0 (B) 1 (C) $|\vec{a}|^2$ (D) $|\vec{a}|$

87. यदि $|\bar{a} \times \vec{b}| = |\bar{a} \cdot \vec{b}|$ तो $\bar{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण होगा :

(A) 0 (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) π

88. दो सरल रेखाओं के दिक् अनुपात l, m, n और l_1, m_1, n_1 है। रेखाएँ एक दूसरे के दिक् समांतर होगी यदि :

(A) $ll_1 + mm_1 + nn_1 = 0$ (B) $\frac{l}{l_1} = \frac{m}{m_1} = \frac{n}{n_1}$

(C) $\frac{l}{l_1} + \frac{m}{m_1} + \frac{n}{n_1} = 0$ (D) $l_1 + mm_1 + nn_1 = 1$

89. माना कि $A = \{1, 2, 3\}$, तो $(1, 2)$ तथा $(2, 1)$ को शामिल करते हुए कितने तुल्यता संबंध A पर परिभाषित हो सकता है?

(A) 3 (B) 1 (C) 2 (D) 4

90. सारणिक $\begin{bmatrix} x & x+1 \\ x-1 & x \end{bmatrix}$ का मान है :

(A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2

91. $\vec{j} \times \vec{i} =$

(A) $\vec{k}$ (B) $-\vec{k}$ (C) 1 (D) 0

92. अवकल समीकरण $\frac{ydx - xdy}{y^2} = 0$ का हल है :

(A) $\frac{y}{x} = k$ (B) $\frac{x}{y^2} = k$

(C) $\frac{x}{y} = k$ (D) इनमें से कोई नहीं

93. $Z = 3x + 5y$ का न्यूनतम मान

जहाँ कि व्यवरोध $x + 3y \geq 3$

$x + y \geq 2$

$x, y \geq 0$ है :

(A) 0 (B) 9 (C) 7 (D) 10

94. $\int_a^b e^x dx =$

(A) $(e^b - e^a)$ (B) e^{a-b}

(C) $e^{-(a-b)}$ (D) e^{a+b}

95. $\int x^8 dx =$

(A) $8x^7 + k$ (B) $\frac{x^8}{8} + k$ (C) $x^9 + k$ (D) $\frac{x^9}{9} + k$

96. यदि A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ हो, तो P (A ∩ B) =

(A) P(A) × P(B) (B) P(A/B)

(C) P(A) + P(B) (D) (P) + P(B) − P(A∩B)

97. $\vec{i} \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) =$

(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 2

98. यदि $\vec{a} \perp \vec{b}$ तो $\vec{a} \cdot \vec{b} =$

(A) 1 (B) -1

(C) 0 (D) इनमें से कोई नहीं

99. समतल $2x - y + 4z = 5$ और $5x - 2.5y + 10z = 6$ है—

(A) परस्पर लंब

(B) समांतर

(C) y- अक्ष पर प्रतिच्छेदन करते है

(D) बिन्दु $\left(0, 0, \frac{5}{4}\right)$ से गुजरते है

100. $\cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2} =$

(A) $2\cos^{-1}x$ (B) $2\sin^{-1}x$

(C) $2\tan^{-1}x$ (D) $\cos^{-1} 2x$

खण्ड – ब : गैर-वस्तुनिष्ठ प्रश्न

लघु उत्तरीय प्रश्न

निर्देश : प्रश्न-संख्या 1 से 30 तक लघु उत्तरीय प्रश्न है। इनमें से केवल 15 प्रश्नों का उत्तर दें। $15 \times 2 = 30$

1. यदि $y = \sin(xy)$ तो $\frac{dy}{dx}$ निकालें।
2. $\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2}\, dx$ का मान निकालें।
3. हल करें : $x^2 \frac{dy}{dx} = 2xy$
4. निम्न प्रायिकता बंटन के लिए माध्य ज्ञात करें :

x_i	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8

5. A, 75% मामले में सत्य बोलता है तथा B, 80% मामले में, तो किसी एक ही तथ्य पर दोनों में विरोधाभास होने की क्या प्रतिशता है ?
6. मूल बिन्दु से तल $x + 2y - 2z = 9$ पर गिराये गए लम्ब की लंबाई निकालें।
7. यदि दिक्-अनुपात $-18, 12, -4$ है तो उसकी दिक्-कोसाइन क्या है ?
8. मान निकाले : $\int (3x^2 + e^x)\, dx$
9. हल करे : $\tan y\, dx + \tan x\, dy = 0$
10. $\vec{a} \times \vec{b}$ निकालें, जहाँ कि $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$.
11. $\frac{dy}{dx}$ निकालें जब $y = \sin(\log x)$.
12. सारणिक $\begin{vmatrix} 16 & 9 & 7 \\ 23 & 16 & 7 \\ 32 & 19 & 13 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात करें।
13. यदि $f : R \to R$ द्वारा परिभाषित फलन $f(x) = \frac{2x - 7}{4}$ व्युत्क्रमणीय है, तो $f^{-1} = ?$
14. मुख्य मान बतायें : $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$
15. यदि $\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \cos^{-1}(x) = \frac{\pi}{2}$ तो x का मान बतावें।
16. सिद्ध करें कि $\cos^{-1}\frac{4}{5} + \cos^{-1}\frac{12}{13} = \cos^{-1}\left(\frac{33}{65}\right)$
17. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ को एक सममित आव्यूह तथा विषम सममित आव्यूह के योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए।
18. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ तो $A^{-1} = ?$
19. k का मान बताये यदि फलन $f(x) = \begin{cases} kx^2, x \geq 1 \\ 4, x < 1 \end{cases}$, सतत फलन है $x = 1$ पर।
20. $\frac{dy}{dx}$ निकाले यदि $y = \sec^{-1}\left(\frac{1}{2x^2 - 1}\right)$
21. $\frac{dy}{dx}$ निकालें यदि $\sin^2 y + \cos xy = \pi$
22. $\frac{dy}{dx}$ निकालें यदि $x = a(\theta + \sin\theta), y = a(1 - \cos\theta)$
23. x मी भुजा वाले घन के आयतन में वृद्धि की दर ज्ञात करें यदि घन की भुजा में परिवर्तन की दर 2% हो ?
24. $\int \sec x (\sec x + \tan x)\, dx$ का मान ज्ञात करें।
25. मान निकालें : $\int \frac{\sec^2(\log x)}{x}$
26. मान बतायें : $\int_0^1 \frac{dx}{1 + x^2}$
27. अवकल समीकरण $2y\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 = 0$ की कोटि तथा घात बताएँ।
28. दिए गए सदिश का योग बताइए :
$\vec{a} = \hat{i} - 3\hat{k}, \vec{b} = 2\hat{j} - \hat{k}$ और $\vec{c} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$
29. सिद्ध करें : $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 = \begin{vmatrix} \vec{a}.\vec{a} & \vec{a}.\vec{b} \\ \vec{a}.\vec{b} & \vec{b}.\vec{b} \end{vmatrix}$
30. यदि $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$ और $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$ तो $P(A/B)$ ज्ञात करें।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

निर्देश : प्रश्न-संख्या 31 से 38 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न है। किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर दें। $4 \times 5 = 20$

31. यदि $y = \sin^{-1}\left[x\sqrt{1-x} - \sqrt{x}\sqrt{1-x^2}\right]$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात करें।
32. सिद्ध करें कि :
$$\int_0^{\pi/2} \log\sin x\, dx = \int_0^{\pi/2} \log\cos x\, dx = -\frac{\pi}{2}\log 2$$
33. दो परवलयों $y = x^2$ एवं $y^2 = x$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
34. सिद्ध करें : $-2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$, $-\hat{2} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ एवं $7\hat{i} + \hat{k}$ संरेखीय है।
35. सरल रेखा के समीकरणों को प्राप्त करें जो दोनों सरल रेखाओं $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{1}$; $\frac{x}{1} = \frac{y-7}{-3} = \frac{z+7}{2}$ पर लम्ब है और उनके प्रतिच्छेदन बिन्दु से गुजरती है।
36. साबित करें कि :
$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$$
37. दर्शाइए : $\sqrt{a^2 - x^2}\, dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a} + C$
38. न्यूनतमीकरण करें : $Z = x + 2y$
जबकि $2x + y \geq 3$
$x + 2y \geq 6$
$x, y \geq 0$

व्याख्यासहित उत्तर

खण्ड – अ

OMR ANSWER-SHEET

1.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	51.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
2.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	52.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
3.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	53.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
4.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	54.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
5.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	55.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
6.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	56.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
7.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	57.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
8.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	58.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
9.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	59.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
10.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	60.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
11.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	61.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
12.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	62.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
13.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	63.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
14.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	64.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
15.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	65.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
16.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	66.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
17.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	67.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
18.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	68.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
19.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	69.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
20.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	70.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
21.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	71.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
22.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	72.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
23.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	73.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
24.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	74.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
25.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	75.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
26.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	76.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
27.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	77.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
28.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	78.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
29.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	79.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
30.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	80.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
31.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	81.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
32.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	82.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
33.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	83.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
34.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	84.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
35.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	85.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
36.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	86.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
37.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	87.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
38.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	88.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
39.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	89.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
40.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	90.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
41.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	91.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
42.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	92.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
43.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	93.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
44.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	94.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
45.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	95.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
46.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	96.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
47.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	97.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
48.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	98.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
49.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	99.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						
50.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	100.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ						

ANSWER

1. (A)	2. (C)	3. (A)	4. (B)	5. (C)
6. (B)	7. (B)	8. (C)	9. (C)	10. (C)
11. (B)	12. (B)	13. (C)	14. (A)	15. (A)
16. (B)	17. (C)	18. (C)	19. (C)	20. (A)
21. (C)	22. (A)	23. (B)	24. (C)	25. (D)
26. (A)	27. (A)	28. (A)	29. (C)	30. (A)
31. (C)	32. (C)	33. (B)	34. (C)	35. (D)
36. (B)	37. (D)	38. (B)	39. (A)	40. (A)
41. (D)	42. (C)	43. (A)	44. (A)	45. (B)
46. (A)	47. (D)	48. (D)	49. (B)	50. (D)
51. (C)	52. (A)	53. (B)	54. (B)	55. (C)
56. (A)	57. (B)	58. (C)	59. (D)	60. (B)
61. (D)	62. (A)	63. (D)	64. (D)	65. (D)
66. (D)	67. (A)	68. (A)	69. (B)	70. (C)
71. (A)	72. (D)	73. (A)	74. (A)	75. (A)
76. (C)	77. (C)	78. (A)	79. (C)	80. (A)
81. (B)	82. (C)	83. (D)	84. (B)	85. (B)
86. (C)	87. (C)	88. (B)	89. (C)	90. (A)
91. (B)	92. (C)	93. (C)	94. (A)	95. (D)
96. (A)	97. (B)	98. (C)	99. (B)	100. (C)

खण्ड – ब

1. $y = \sin xy$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$$\frac{d}{dx}(y) = \frac{d}{dx}[\sin(xy)]$$

$$= x\cos(xy)\,y^1 + y\cos(xy)$$

$$\Rightarrow \quad y^1 = x\cos(xy)\,y^1 + y\cos(xy)$$

$$\Rightarrow \quad y^1 = \frac{y\cos(xy)}{1 - x\cos(xy)}$$

$$\therefore \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y\cos(xy)}{1 - x\cos(xy)}; \text{ Ans.}$$

2. $$\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2}\,dx = \left(\frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a}\right)_0^a$$

$$= \left(\frac{a}{2}\sqrt{a^2 - a^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\left(\frac{a}{a}\right)\right) - 0$$

$$= \left(0 + \frac{a^2}{2}.\sin^{-1}(1)\right)$$

$$= \frac{0^2}{2}.\frac{\pi}{2} = \frac{a^2\pi}{4}; \text{ Ans.}$$

3. $$x^2\frac{dy}{dx} = 2xy \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2.\frac{y}{x}$$

$$\Rightarrow \quad \int \frac{dy}{y} = 2.\int \frac{dx}{x}$$

$$\Rightarrow \quad \log y = 2\log x \Rightarrow y = c.x^2; \text{ Ans.}$$

4. प्रायिकता बंटन का माध्य $= \Sigma p_i x_i$

$$= 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8}$$

$$= 0 + \frac{3}{8} + \frac{6}{8} + \frac{3}{8}$$

$$= \frac{3+6+3}{8}$$

$$= \frac{12}{8} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ ; Ans.}$$

5. A और B एक-दूसरे का सिर्फ उसी दशा में एक-दूसरे का खंडन करते है जब एक सत्य बोलता है और दूसरा असत्य बोलता है।

$\therefore n(s) = 100$

यदि $E_1 = A$ सत्य बोलता है

अतः $n(E_1) = 75$

$$\therefore P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(s)} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore P(\overline{E}_1) = 1 - P(E_1) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}$$

यदि $E_2 = B$ सत्य बोलते हैं

अतः $n(E_2) = 80$

$$\therefore P(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(s)} = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore P(\overline{E}_2) = 1 - P(E_2) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{5-4}{5} = \frac{1}{5}$$

अतः संभावनाएँ $P(E_1).P(\overline{E}_2) + P(E_2).P(\overline{E}_1)$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{20} + \frac{4}{20} = \frac{3+4}{20} = \frac{7 \times 5}{20 \times 5} = \frac{35}{100} = 35\%$$

6. $x + 2y - 2z = 9$

$\sqrt{1+4+4} = 3$ से दोनों ओर भाग देने पर

$$\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y - \frac{2}{3}z = 3$$

$\therefore$ लम्ब की लंबाई $= 3$, **Ans.**

7. रेखा के दिक् अनुपात $-18, 12, -4$ है।

$\therefore$ रेखा के दिक्-कोसाइन

$$= \frac{-18}{\sqrt{(-18)^2 + (12)^2 + (-4)^2}}, \frac{12}{\sqrt{(-18)^2 + (12)^2 + (-4)^2}}, \frac{-4}{\sqrt{(-18)^2 + (12)^2 + (-4)^2}}$$

$$= \frac{-18}{\sqrt{484}}, \frac{12}{\sqrt{484}}, \frac{-4}{\sqrt{484}}$$

$$= \frac{-18}{22}, \frac{12}{22}, \frac{-4}{22}$$

$$= \frac{-9}{11}, \frac{6}{11}, \frac{-2}{11}, \text{ Ans.}$$

8. $I = \int (3x^2 + e^x)\, dx$

$= 3\int x^2 dx + \int e^x dx$

$= 3 \times \frac{x^3}{3} + e^x + c$

$= x^3 + e^x + c$ **Ans.**

9. दिया है कि :

$\tan y \; dx = \tan x \; dy = 0$

$\Rightarrow \tan y \; dx = -\tan x \; dy$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tan x} dx = -\frac{1}{\tan y} dy$$

दोनों तरफ अवकलन करने पर,

$$\int \frac{1}{\tan x} dx = -\int \frac{1}{\tan y} dy$$

$\Rightarrow \int \cot x \, dx + \int \cot y \, dy = 0$

$\Rightarrow \log|\sin x| + \log|\sin y| = \log|c|$

$\Rightarrow \log|\sin x + \sin y| = \log|c|$

$\therefore \sin x + \sin y = C$ **Ans.**

10. यहाँ $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$ और $\vec{b} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$

$$\therefore \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 0 & -3 \\ 3 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \{0.0 - (-3) \times 4\}\, \vec{i} + \{(-3) \times 3 - 2 \times 0\}\, \vec{j} + (2 \times 4 - 3 \times 0)\, \vec{k}$$

$$= (0 + 12)\, \vec{i} + (-9 - 0)\, \vec{j} + (8 - 0)\, \vec{k}$$

$$= 12\vec{i} - 9\vec{j} + 8\vec{k} \text{ Ans.}$$

11. $y = \sin(\log x)$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\{\sin(\log x)\}$$

$$= \cos(\log x).\frac{1}{x}$$

$$= \frac{\cos(\log x)}{x} \text{ Ans.}$$

12. सारणिक $= \begin{vmatrix} 16 & 9 & 7 \\ 23 & 16 & 7 \\ 32 & 19 & 13 \end{vmatrix}$

$$= 16 \begin{vmatrix} 16 & 7 \\ 19 & 13 \end{vmatrix} - 9 \begin{vmatrix} 23 & 7 \\ 32 & 13 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 23 & 16 \\ 32 & 19 \end{vmatrix}$$

$= 16(16 \times 13 - 7 \times 19) - 9(23 \times 13 - 7 \times 32) + 7(23 \times 19 - 16 \times 32)$

$= 16(208 - 133) - 9(299 - 224) + 7(437 - 512)$

$= 1200 - 675 - 525$

$= 1200 - 1200$

$= 0$ **Ans.**

13. $f(x) = \dfrac{2x-7}{4}$

माना $f(x) = y \quad \therefore \quad y = \dfrac{2x-7}{4}$

$\because$ $f(x)$ व्युत्क्रमणीय है।

$\therefore \quad 2x - 7 = 4y$

$\Rightarrow \quad 2x = 4y + 7 \quad \Rightarrow \quad x = \dfrac{4y+7}{2}$

$\therefore \quad f^{-1}(y) = \dfrac{4y+7}{2} \quad \Rightarrow \quad f^{1}(x) = \dfrac{4x+7}{2}$; **Ans.**

14. $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

$= \dfrac{\pi}{4} + \pi - \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{2\pi}{3} = \dfrac{11}{12}\pi$, **Ans.**

15. $\sin^{-1}\left(\dfrac{1}{3}\right) + \cos^{-1}(x) = \dfrac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \quad \cos^{-1}(x) = \dfrac{\pi}{2} - \sin^{-1}\left(\dfrac{1}{3}\right)$

$\Rightarrow \quad \cos^{-1}x = \cos^{-1}\dfrac{1}{3}$

$\therefore \quad x = \dfrac{1}{3}$, **Ans.**

16. LHS $= \cos^{-1}\dfrac{4}{5} + \cos^{-1}\dfrac{12}{13}$

$= \cos^{-1}\left[\dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{12}{13} - \sqrt{1-\dfrac{16}{25}}\cdot\sqrt{1-\dfrac{144}{169}}\right]$

$= \cos^{-1}\left[\dfrac{48}{65} - \dfrac{3}{5}\times\dfrac{5}{13}\right]$

$= \cos^{-1}\left(\dfrac{33}{65}\right) =$ RHS, **proved.**

17. हम जानते हैं कि,

$$A = \frac{1}{2}(A + A^1) + \frac{1}{2}(A - A^1)$$

जहाँ $\dfrac{1}{2}(A + A^1)$ सममित आव्यूह तथा $\dfrac{1}{2}(A - A^1)$ विषम सममित आव्यूह है।

एवं $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \quad A^1 = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} \quad \therefore \quad A + A^1 = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$

मान लिया $P = \dfrac{1}{2}(A + A^1) = \dfrac{1}{2}\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

इसी प्रकार, $A - A^1 = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$

तथा, $Q = \dfrac{1}{2}(A - A^1) = \dfrac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

$$P^1 = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = P \quad \therefore \quad P \text{ सममित है।}$$

और $\quad Q^1 = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = -Q$

$\therefore$ Q विषम सममित है।

अब, $P + Q = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 3+0 & 3+2 \\ 3-2 & -1+0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = A$$

अतः $A = P + Q$, P सममित है तथा Q विषम सममित आव्यूह है।

18. यहाँ $|A| = 2(-2) - 5(3)$

$\Rightarrow \quad -4 - 15 \quad \Rightarrow \quad 19 \neq 0$

$\therefore \quad A^{-1} = \dfrac{1}{|A|}.\, adj\, A$

$$= \frac{-1}{19}\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{19}\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$$

19. $\because$ $f(x)$ सतत है $x = 1$ पर

$\therefore \quad \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = f(1)$

$\therefore \quad \lim\limits_{x\to 1^+} kx^2 = 4$

Put $x = 1 + h$, $h \to 0$, $\lim\limits_{h\to 0} k(1+h)^2 = 4$

$\Rightarrow k(1)^2 = 4 \quad \Rightarrow \quad k = 4$, **Ans.**

20. माना $x = \cos\theta$ ... समी॰ (i)

$\therefore \quad y = \sec^{-1}\left(\dfrac{1}{2\cos^2\theta - 1}\right) = \sec^{-1}\left(\dfrac{1}{\cos 2\theta}\right)$

$= \sec^{-1}(\sec 2\theta) = 2\theta = 2\cos^{-1}x$ [समी॰ (i) से]

$\therefore \quad \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{d(2\cos^{-1}x)}{dx} = \dfrac{-2}{\sqrt{1-x^2}}$, **Ans.**

21. यहाँ $\sin^2 y + \cos(xy) = \pi$

दोनों तरफ x के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$$2\sin y \cdot \cos y \frac{dy}{dx} + \left\{-\sin(xy).\left(1.y + x\frac{dy}{dx}\right)\right\} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \sin 2y \frac{dy}{dx} - y\sin(xy) - x\sin(xy)\frac{dy}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \{\sin 2y - x\sin(xy)\}\frac{dy}{dx} = y\sin(xy)$$

$$\therefore \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y\sin(xy)}{\sin 2y - x\sin(xy)}$$, **Ans.**

22. यहाँ $x = a(\theta + \sin\theta)$ तथा $y = a(1 - \cos\theta)$

$$\therefore \frac{dx}{d\theta} = a(1+\cos\theta) \text{ तथा } \frac{dy}{d\theta} = a(0+\sin\theta) = a\sin\theta$$

अब, $$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{a\sin\theta}{a(1+\cos\theta)}$$

$$= \frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{2\cos^2\frac{\theta}{2}} = \frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}} = \tan\frac{\theta}{2}, \text{ Ans.}$$

23. x का $2\% = x \times \frac{2}{100} = 0.02x$

घन का आयतन $v = x^3$

$$\Rightarrow dv = \frac{dv}{dt} \cdot \Delta x$$

$$= 3x^2 \cdot \Delta x$$

$$= 3x^2 (0.02\, x)$$

$$= 0.06\, x^3, \text{ Ans.}$$

24. माना $I = \int \sec x (\sec x + \tan x)\, dx$

$$= \int \sec^2 x\, dx + \int \sec x \cdot \tan x\, dx$$

$$= \tan x + \sec x + C, \text{ Ans.}$$

25. $$\int \frac{\sec^2(\log x)}{x}\, dx$$

माना, $z = \log x$

$$\Rightarrow \frac{dz}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$\therefore dx = dz.x$$

$$= \int \frac{\sec^2 z}{x} dz.x$$

$$= \int \sec^2 z.dx$$

$$= \tan z + c$$

$$= \tan(\log x) + c; \text{ Ans.}$$

26. $$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = [\tan^{-1} x]_0^1$$

$$= \tan^{-1}(1) - \tan^{-1}(0)$$

$$= \frac{\pi}{4} - 0 = \frac{\pi}{4}, \text{ Ans.}$$

27. इस अवकल समीकरण में उपस्थित उच्चतम कोटि अवकलज $\frac{d^2y}{dx^2}$ है इसलिए इसकी कोटि 2 है। यह $\frac{dy}{dx}$ और $\frac{d^2y}{dx^2}$ में बहुपद समीकरण है और $\frac{d^2y}{dx^2}$ की अधिकतम घातांक 1 है इसलिए इस अवकल समीकरण की घात 1 है।

28. योग $= \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

$$= (\hat{i} - 3\hat{k}) + (2\hat{j} - \hat{k}) + (2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$= (1+0+2)\hat{i} + (0+2-3)\hat{j} + (-3-1+2)\hat{k}$$

$$= 3\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}, \text{ Ans.}$$

29. माना कि $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के बीच का कोण α है।

$$\text{LHS} = (ab\sin\alpha)^2$$

$$= a^2b^2(1 - \cos^2\alpha)$$

$$= a^2b^2 - a^2b^2\cos^2\alpha$$

$$= a^2b^2 - (ab\cos\alpha)^2$$

$$= (\vec{a}.\vec{a})(\vec{b}.\vec{b}) - (\vec{a}.\vec{b})^2$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{a}.\vec{a} & \vec{a}.\vec{b} \\ \vec{a}.\vec{b} & \vec{b}.\vec{b} \end{vmatrix} = \text{R.H.S., proved.}$$

30. यहाँ $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$ तथा $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$

हम जानते है कि $P(A/B)$

$$= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{4/13}{9/13} = \frac{4}{9}, \text{ Ans.}$$

31. $$y = \sin^{-1}\left(x\sqrt{1-x} - \sqrt{x}\sqrt{1-x^2}\right)$$

$x = \sin\theta$ तथा $\sqrt{x} = \sin\phi$ रखने पर,

$$\theta = \sin^{-1} x \text{ तथा } \phi = \sin^{-1}\sqrt{x}$$

तब $$y = \sin^{-1}\left(\sin\theta\sqrt{1-\sin^2\phi} - \sin\phi\sqrt{1-\sin^2\theta}\right)$$

$$\Rightarrow y = \sin^{-1}(\sin\theta \cdot \cos\phi - \sin\phi \cdot \cos\theta)$$

$$\Rightarrow y = \sin^{-1}[\sin(\theta - \phi)]$$

$$\Rightarrow y = \theta - \phi$$

$$\Rightarrow y = \sin^{-1} x - \sin^{-1}\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) - \frac{d}{dx}(\sin^{-1}\sqrt{x})$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}} \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \left[\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{2\sqrt{x}\sqrt{1-x}}\right], \text{ Ans.}$$

32. $I = \int_0^{\pi/2} \log \sin x dx$ ... (i)

$\therefore \; I = \int_0^{\pi/2} \log \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx$

$\therefore \; I = \int_0^{\pi/2} \log \cos x \, dx$ ... (ii)

समी॰ (i) और (ii) को जोड़ने पर,

$\therefore \; 2I = \int_0^{\pi/2} (\log(\sin x) + \log(\cos x)) \, dx$

$= \int_0^{\pi/2} \log (\sin x \cos x) \, dx$

$\Rightarrow I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \log \left(\frac{\sin 2x}{2}\right) dx$

मान लिया $2x = z$

$\therefore \; 2dx = dz$

$\because \; x = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow z = \pi$ और $x = 0 \Rightarrow z = 0$

$\therefore \quad I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \log \frac{\sin z}{2} \cdot \frac{dz}{2}$

$= \frac{1}{4} \int_0^{\pi} \log \frac{\sin z}{2} dz = \frac{1}{4} .2 \int_0^{\pi/2} \log \frac{\sin z}{2} dz$

$= \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \log \sin z \, dz - \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \log 2 dz$

$= \frac{1}{2} I - \left(\frac{1}{2} \log 2\right)\left(\frac{\pi}{2} - 0\right)$

$\therefore \quad I = \frac{1}{2}, I - \frac{\pi}{4} \log 2$

$\Rightarrow \frac{1}{2} I = -\frac{\pi}{4} \log 2$

$\Rightarrow I = -\frac{\pi}{2} \log 2$

$\therefore \int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2$ ... (iii)

इसी प्रकार हम साबित कर सकते हैं कि,

$\int_0^{\pi/2} \log \cos x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2$ ... (iv)

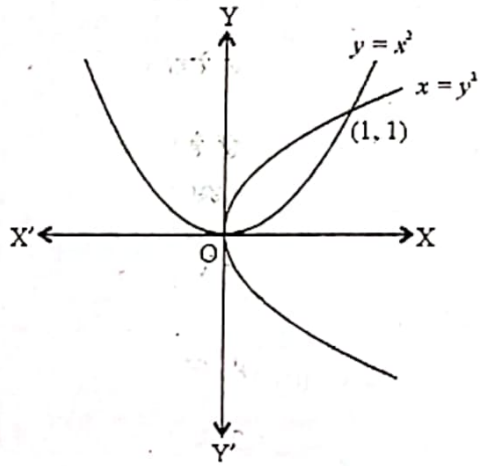
समी॰ (iii) और (iv) से,

$\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx = \int_0^{\pi/2} \log \cos x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2$ **Proved**

33. प्रश्न से, परवलयों के समीकरण हैं :

$y = x^2$ ... (i)

तथा $y^2 = x$ ... (ii)



समी॰ (i) तथा (ii) से,

$x = y^2 = (x^2)^2$

$\Rightarrow x^4 - x = 0$

$\Rightarrow x(x^3 - 1) = 0$

$\Rightarrow x = 0$ या, 1

जब $x = 0$ तब (i) से, $y = 0$

जब $x = 1$ तब (i) से, $y = 1$

$\therefore$ परवलयों के प्रतिच्छेदक बिन्दु O (0, 0) तथा A (1, 1) हैं।

समी॰ (ii) से, $y^2 = x \Rightarrow y = \sqrt{x} = f(x)$ (माना)

तथा (i) से, $y = x^2 = g(x)$ (माना)

यहाँ [0, 1] में $f(x) \geq g(x)$

$\therefore$ छायांकित क्षेत्र का अभीष्ट क्षेत्रफल

$= \int_0^1 [f(x) - g(x)] \, dx$

$= \int_0^1 [\sqrt{x} - x^2] dx = \left[\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3}\right]_0^1$

$= \left[\frac{2}{3}(1-0) - \frac{1}{3}(1-0)\right] = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$, **Ans.**

34. $A = -2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$ का नियामक = (–2, 3, 5)

$B = \hat{2} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ का नियामक = (–2, 2, 3)

$C = 7\hat{i} + \hat{k}$ का नियामक = (7, 0, 1)

अब समी॰ से, $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$

$$\Rightarrow \quad \frac{x+2}{-2+2}=\frac{y-3}{2-3}=\frac{z-5}{3-5}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x+2}{0}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-5}{-2}$$

$(x, y, z) = (7, 0, 1)$ रखने पर, $\frac{7+2}{0}=\frac{0-3}{-1}=\frac{1-5}{-2}$

$$\frac{9}{0}=\frac{3}{1}=\frac{-2}{1}$$

$\because$ C का नियामक सरल रेखा AB के समी॰ को संतुष्ट नहीं करता है।

$\therefore$ A, B एवं संरेख नहीं है।

35. सरल रेखा के समीकरण इस प्रकार हैं—

$$\frac{x+1}{-3}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+3}{1}=\lambda \text{ (माना)} \qquad \ldots (1)$$

$$\frac{x}{1}=\frac{y-7}{-3}=\frac{z+7}{2}=\mu \text{ (माना)} \qquad \ldots (2)$$

$P(3\lambda-1, 2\lambda+3, \lambda-2)$ रेखा–1 पर बिन्दु P है।

तथा $(\mu, -3\mu + 7, 2\mu - 7)$ रेखा–2 पर बिन्दु 0 है।

इस प्रकार रेखा एक-दूसरे पर प्रतिच्छेद करती है।

$-3\lambda-1=\mu \quad 2\lambda+3=-3\lambda+7 \quad \lambda-2=2\mu-7.$

$\Rightarrow -3\lambda-\mu=1 \ldots(i) \; 2\lambda+3\mu=4$ (ii) $\lambda-2\mu=-5$ ... (iii)

समी॰ (i) तथा (ii) को हल करने पर $\lambda=-1$ तथा $\mu=2$ होगा। संतुष्ट मान λ और μ (iii) है।

प्रतिच्छेद बिन्दु Q (2, 1, –3) और माना कि Direction ratio a, b, c तब लबवत एक-दूसरे पर रेखा है।

$3a + 2b + c = 0$ ... (iv)

$a - 3b + 2c = 0$ ... (v)

Cross multiplying (iv) तथा (v) में,

$$\frac{a}{(4+3)}=\frac{b}{(6-1)}=\frac{c}{-9-2}=k \text{ (माना)}$$

$\frac{a}{7}=\frac{b}{5}=\frac{c}{-11}=k$ (माना); $a = 7k, b = 5k, c = -11k$

दिक अनुपात $7k, 5k, -11k$ और (2, 1, –3) से गुजरने वाली रेखा

अतः समीकरण $\frac{x-2}{7k}=\frac{y-1}{5k}=\frac{z+3}{-11k}$

$$\Rightarrow \quad \frac{x-2}{7}=\frac{y-1}{5}=\frac{z+3}{11}$$

36. माना कि

$$\Delta=\begin{vmatrix}1 & a & a^3\\ 1 & b & b^3\\ 1 & c & c^3\end{vmatrix} \text{ तो, } \Delta=\begin{vmatrix}1 & a & a^3\\ 0 & b-a & b^3-a^3\\ 0 & c-a & c^3-a^3\end{vmatrix}$$

$[R_2 \to R_2 - R_1$ तथा $R_3 \to R_3 - R_1]$

$$=(b-a)(c-a).\begin{vmatrix}1 & a & a^3\\ 0 & 1 & b^2+ba+a^2\\ 0 & 1 & c^2+ca+a^2\end{vmatrix}$$

[R_2 से $(b-a)$ तथा R_3 से $(c-a)$ common लेने पर]

$$=(b-a)(c-a)\cdot 1\cdot\begin{vmatrix}1 & b^2+ba+a^2\\ 1 & c^2+ca+a^2\end{vmatrix}$$

[C_1 के अनुदिश विस्तार करने पर]

$= (b-a)(c-a).[(c^2+ca+a^2)-(b^2+ba+a^2)]$

$= (b-a)(c-a)[(c^2-b^2)+a(c-b)]$

$= (b-a)(c-a)(c-b)(c+b+a)$

$= (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$; **Proved.**

37. $I = \int \sqrt{a^2-x^2}\,(1)dx$

I को द्वितीय फलन मानते हुए खण्डशः समाकलन करने पर,

$$I = (\sqrt{a^2-x^2})x-\int \frac{1}{2}(a^x-x^2)^{-1/2}(-2x)x\,dx$$

$$= x\sqrt{a^2-x^2}+\int \frac{x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}dx$$

$$= x\sqrt{a^2-x^2}+\int \frac{a^2-(a^2-x^2)}{\sqrt{a^2-x^2}}dx$$

$$= x\sqrt{a^2-x^2}+a^2\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}-\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx$$

$$= x\sqrt{a^2-x^2}+a^2\sin^{-1}\frac{x}{a}-I+C$$

$$\Rightarrow \quad 2I = x\sqrt{a^2-x^2}+a^2\sin^{-1}\frac{x}{a}+C$$

$$\therefore \quad I = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}+\frac{a^2}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+C, \text{ Proved.}$$

38. न्यूनतमीकरण $= z = x + 2y$

जबकि $2x + y \geq 3$ ... (i)

$x + 2y \geq 6$ ... (ii)

$x, y \geq 0$

(i) $2x + y = 3$ [$x = 0$]

$\Rightarrow y = 3$

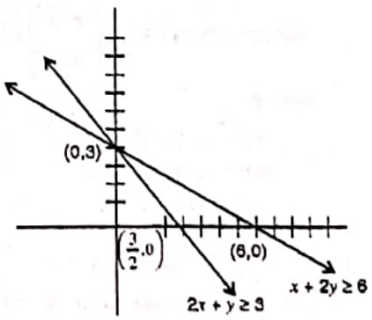
$x = \frac{3}{2}$ [$y = 0$]

(ii) $x + 2y = 6$ [$x = 0$]

$\Rightarrow y = 3$

$x = 6$ [$y = 0$]

(x, y)	$z = x + 2y$
(0,3)	6
$\left(\frac{3}{2}, 0\right)$	$\frac{3}{2}$
(6,0)	6



स्पष्टतः $z_{min} = \frac{3}{2}$ जब $x = \frac{3}{2}$ एवं $y = 0$

❑❑❑